Gömöri Márton

Valószínűség, véletlen és a közösok-elv

Gömöri Andrásnak

A „valószínűség interpretációjának" filozófiai problémája abban áll, hogy értelmezzük valószínűségi állításaink jelentését. Az irodalomban nincs egyetértés azt illetően, hogy mi a valószínűség helyes interpretációja, s hogy egyáltalán adható-e kielégítő interpretáció. E tanulmányban a valószínűség fogalmának egy új értelmezését szeretném felvázolni. Az új valószínűség-interpretáció jellegzetessége, hogy (1) a valószínűség fogalma a véletlen fogalmára épül (és nem fordítva); (2) a véletlen fogalma a kauzális függetlenség fogalmára alapozva értelmeződik; (3) a valószínűség és a relatív gyakoriság kapcsolatát a közösok-elv teremti meg; (4) a valószínűség és a véletlen fogalma kompatibilis a determinizmussal; (5) a valószínűség és a véletlen végső soron olyan dolgok, amelyek eliminálhatóak a világ ontológiai térképéről.

I.

Egy asztalra 1000 golyó van kirakva. 500 köztük fehér színű, 500 fekete. Valaki bekötött szemmel választ egy golyót. Mi a valószínűsége, hogy a kiválasztott golyó fehér lesz? A standard válasz, hogy ez a valószínűség 1/2.

Ez az egyértelmű válasz, amit intuíciónk alapján adnánk. De ha azt kérdezzük, hogy e valószínűségnek – ennek az 1/2-nek – mi a *jelentése*, a válasz távolról sem egyértelmű. A valószínűség filozófiájáról szóló irodalomban nincs egyetértés azt illetően, hogy mi a valószínűségi kijelentéseink helyes értelmezése, s hogy egyáltalán adható-e kielégítő értelmezés (Gillies 2000; E. Szabó 2004, 5.3–5.4 fejezet; Hájek 2012; Szabó 2013). Golyós példánknál maradva, nincs egyetértés abban, hogy mi a válasz a következő kérdésekre:

- Az asztalon 1000 golyó van, tehát a húzás 1000-féle („egyformán lehetséges") kimenettel végződhet. Ebből 500 kimenet olyan, hogy a kiválasztott golyó fehér színű. A „kedvező esetek száma / összes lehetséges esetek száma" arány tehát 1/2. Tekinthető ez az arány a fenti valószínűség definíciójának?

- Tegyük fel, hogy egymás után sokszor húzunk az asztalról golyót. Mi a kapcsolat a fehér golyók kiválasztásának relatív gyakorisága és a fehér golyók kiválasztásának valószínűsége között?
- Egyáltalán, a valószínűség olyan fogalom-e, amely minden egyes individuális húzás esetében alkalmazható, vagy az csak akkor értelmes, amikor a golyók kihúzásának egy megfelelően hosszú sorozatáról van szó?
- Hogyan kapcsolódik a valószínűség fogalma ahhoz a tényhez, hogy a bekötött szemmel húzó ágens nem tudja, melyik golyó milyen színű? Vagyis hogyan kapcsolódik a valószínűség fogalma a szubjektív modalitás feltételeihez?
- Képzeljük el, hogy a bekötött szemű ágens helyett egy robotkar végzi el a húzást. Egyik esetben a robotkart egy determinisztikus algoritmus vezérli; egy másik esetben a robotkar mozgását egy objektíve indeterminisztikus folyamat határozza meg, például egy kvantumrészecske bomlása. Van-e bármi különbség a két eset között, ami befolyásolja a valószínűség értékét? Más szóval, hogyan kapcsolódik a valószínűség fogalma az objektív modalitás feltételeihez?

Nem célom itt a fenti kérdésekre adott standard válaszok és az azokkal kapcsolatos jól ismert problémák tárgyalása (Gillies 2000; E. Szabó 2004, 5.3 fejezet; Hájek 2012; Szabó 2013). E tanulmányban a valószínűség fogalmának egy új értelmezését szeretném felvázolni. Reményeim szerint ez a valószínűség-interpretáció új megvilágításba helyezi majd a fenti alapvető kérdéseket, melyekre a tanulmány második felében térek vissza.

II.

Megvilágítandó az új valószínűség-interpretáció kiinduló gondolatát, vessük össze a golyós példánkat egy módosított helyzettel. Képzeljük el, hogy a golyót választó személy szeme nincs bekötve, hanem látja a golyókat. Tegyük fel, hogy az illető jobban szereti a fekete golyókat a fehéreknél. Nyilvánvaló, hogy ebben az esetben a fehér golyó kiválasztásának valószínűsége nem 1/2 lesz. Sőt, kétséges, hogy a valószínűség fogalma egyáltalán alkalmazható-e erre a helyzetre, hiszen a húzás a továbbiakban nem tekinthető *véletlennek*.

Úgy gondolom, a valószínűség fogalmát akkor értettük meg (legalábbis a konkrét szituációra vonatkozóan), ha megértettük, mi az alapvető különbség a két eset között. Míg a módosított példában a húzó személy látja a golyókat, s így a golyók színe befolyásolhatja (mi több, tényszerűen befolyásolja), hogy melyik golyó lesz kiválasztva, addig az eredeti példa lényege, hogy a húzás folyamatát nem befolyásolja, melyik golyó milyen színű. Más szóval, az eredeti példában az az esemény, hogy az ágens húz egy golyót – feketét vagy fehéret –, *kauzálisan* *független* azoktól az eseményektől, amelyek meghatározták, hogy az asztal különböző pontjaira milyen színű golyó került. Értelmezésem szerint a húzás folyamata és a golyók színtulajdonsága között fennálló kauzális függetlenség az, ami alapján a húzás aktusát akként jellemeznénk, hogy az az asztalon lévő golyók egy *véletlen/random* mintavételezését valósítja meg.[1] Számos esetben, amikor a valószínűség fogalmát alkalmazzuk, ezt olyan szituáció kontextusában tesszük, amely egy sokaság véletlen/random mintavételezésének tekinthető abban az értelemben, hogy a mintavételezés folyamata kauzálisan független a mintavételezett sokaság releváns tulajdonságaitól.

A tudományos gyakorlatban elfogadott (habár gyakran explicitté nem tett) az a szóhasználat, hogy egy szituáció akkor nevezhető véletlennek, ha az valószínűségi terminusokban jellemezhető. (Golyós példánk esetében azt mondanánk, hogy a bekötött szemmel történő húzás véletlen, amennyiben az egyes golyók kihúzása egyforma valószínűségű; de legalábbis az egyes golyók kiválasztása egy jól definiált valószínűség-eloszlással írható le).[2] A véletlennek ez a fogalma nyilvánvalóan előfeltételezi a valószínűség fogalmát. Az általam javasolt valószínűség-értelmezés alapvonása, hogy ez a hagyományos sorrend megfordul: a véletlen fogalma – a valószínűség előzetes fogalmára történő hivatkozás nélkül – a kérdéses szituáció kauzális struktúrájának nyelvén fejezhető ki; a valószínűség fogalma pedig a véletlen (mintavételezés) fogalmára épül. Hogy ez utóbbi hogyan történik, arra térünk rá most.

III.

A valószínűség fogalmának értelmezésében központi szerepet fog játszani az a metafizikai elv, melyet Reichenbach (1956) nyomán „közösok-elv" néven tartunk számon. A közösok-elv azt állítja, hogy ha a világban események között reguláris kapcsolat, korreláció áll fenn, azt mindig az események közötti kauzális kapcsolat – direkt vagy közösok-típusú – produkálja. Nincsenek tehát a világban „véletlen", kauzális magyarázatot nélkülöző regularitások.

[1] A véletlen és kauzális függetlenség fogalmának összekapcsolása nem előzmény nélküli az irodalomban. (Köszönet illeti a tanulmány egyik anonim bírálóját, aki felhívta a figyelmemet az alábbi munkákra.) Monod (1971. 113–15) „abszolút koincidenciának"nevezi azt az eseményt, amely két vagy több kauzálisan független eseménysor metszéspontjaként jön létre. Monod szerint ilyen eseményeknek tekinthető a genetikai örökítő anyag másolásakor bekövetkező *random* hibák, melyek a genetikai mutációkért felelőek – s ilyen módon, érvel Monod, a biológiai evolúció alapdinamikája a véletlennek erre a kauzális függetlenségre hivatkozó fogalmára épül. Hasonló véletlenfogalmat körvonalaz pl. Kahl 2009. 163. De az a gondolat, hogy a véletlen nem más, mint egymással lényegi kapcsolatban nem álló események/állapotok egybeesése, egészen Hegelig (1979. 75–8), sőt Arisztotelészig (2010. 36–37) megy vissza.

[2] Vö. pl. Ross 2009. 34, 5b példa.

Példaként tekintsük egy kisváros lakosságát. Tegyük fel, hogy a lakosok körében korreláció áll fenn aközött – gyakran együtt jár az a két tulajdonság –, hogy valaki elvált és hogy májbetegségben szenved. Vagyis, ha tekintjük a lakosságnak azt a részét, akik elváltak, e körben nagyobb arányban fordul elő májbetegség, mint a teljes lakosság körében (és vice versa). Egy ilyenfajta együttjárás a közösok-elv értelmében kauzális magyarázatért kiállt. Nyilvánvaló, hogy ebben az esetben a korreláló események között nincs direkt kauzális összefüggés: nem a válás okozza a lakosok májbetegségét, és nem is a májmegbetegedés felelős a válásokért. Ebben az esetben egy közös ok, az alkoholizmus a felelős mind a válásokért, mind a májbetegségért, s ez a közös ok magyarázza a kettő közti korrelációt.

Tekintsük most a lakosok azon két tulajdonságát, hogy egy adott személy elvált-e vagy sem, illetve hogy telefonszáma páros vagy páratlan szám. Jó okunk van azt gondolni, hogy e két tulajdonság kauzálisan független, vagyis a két tulajdonság között nincs sem direkt sem közösok-típusú kauzális kapcsolat – végső soron a két dolognak semmi köze egymáshoz. A közösok-elv értelmében azt kell várnunk, hogy e két tulajdonság között nem lesz korreláció a lakosság körében. Vagyis, ha tekintjük a lakosságnak a páros/páratlan telefonszámmal rendelkező részét, e körben nagyjából ugyanolyan arányban fordulnak majd elő az elváltak, mint a teljes lakosság körében (és vice versa). Ha ugyanis ez nem teljesülne, a közösok-elv azt követelné meg, hogy a telefonszám paritása és a családi állapot között legyen valamilyen kauzális összefüggés – ilyen összefüggés viszont legjobb tudásunk szerint nem létezik.

A közösok elvéből tehát az következik, hogy ha egy sokaság minden egyes tagja esetében két tulajdonság megléte vagy hiánya kauzálisan független egymástól – pontosabban szólva, az a két esemény, hogy a sokaság adott tagja szert tesz-e az egyik, illetve másik tulajdonságra, sem direkt sem közösok-típusú kauzális kapcsolatban nem áll –, akkor a sokaságban a két tulajdonság között nem állhat fenn korreláció, vagyis a két tulajdonság eloszlása a sokaság felett jó közelítéssel statisztikusan független kell legyen.

IV.

Felvértezve a közösok-elv állításával, térjünk most vissza a golyós példánkhoz. Tekintsük az asztalon lévő 1000 golyó sokaságát. Minden egyes golyó fekete vagy fehér. Tegyük fel, hogy egymás után kihúzunk 100 golyót. (Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a már kiválasztott golyókat nem tesszük vissza az asztalra, tehát minden golyót legfeljebb egyszer húzunk ki.) Ezáltal a golyók mindegyike szert tesz arra a további tulajdonságra, hogy ki van-e választva vagy nincs kiválasztva a húzások sorozatában. Tegyük fel továbbá, hogy a húzás bekötött szemmel történik, tehát egy véletlen mintavételezésről van szó a II. pontban definiált értelemben. Ez azt jelenti, hogy a golyók két fajta tulajdonsága – a színük illetve, hogy ki vannak-e választva a húzások sorozatában – kauzálisan függetlenek egymástól. (A szem bekötése természetesen csak azt garantálja, hogy a golyók színe nincs direkt kauzális hatással a húzás folyamatára. Feltételezzük emellett, hogy fordítva, a húzás folyamata sem befolyásolja, hogy melyik golyó milyen színű, valamint, hogy nincsen közösok-típusú kapcsolat sem a húzás és a golyók színe között. Ez utóbbi olyasmit jelentene, hogy valaki, aki tudja, hogyan lesznek a golyók kirakva az asztalra, a húzás előtt megsúgja a húzó ágensnek, hol lesznek fekete golyók.) A két fajta tulajdonság kauzális függetlensége a közösok-elv értelmében azt vonja maga után, hogy e két tulajdonság – a szín és a „kihúzottság" – jó közelítéssel statisztikusan független kell legyen a golyók sokaságában. A statisztikus függetlenség azt jelenti, hogy a kihúzott golyók 100 elemű részsokaságában közel ugyanolyan arányban kell fehér és fekete golyót találnunk, mint az asztalon lévő golyók teljes sokaságában. Példánkban ez utóbbi arány 1/2. Mivel a fehér golyók aránya a kihúzott golyók részsokaságban megegyezik a fehér golyók kihúzásának relatív gyakoriságával a húzások sorozatában, mindez azt is jelenti, hogy a fehér golyók kihúzásának relatív gyakorisága garantáltan közel 1/2 lesz.

Ha tehát a húzások véletlenszerűsége biztosítva van, a fehér golyók kihúzásának relatív gyakorisága jó közelítéssel meg fog egyezni a fehér golyók – húzásoktól független – arányával az asztalra kirakott golyók sokaságában. E két különböző, jól definiált mennyiség – relatív gyakoriság a húzások sorozatában és relatív arány a golyók sokaságában – megegyező értéke az, ami értelmezésem szerint a *valószínűség értékeként definiálandó* a golyós példában. Más szóval, a két szóban forgó mennyiség egyenlőségének (a szituáció véletlenszerűsége által garantált) ténye az, ami megmagyarázza, miért lesz 1/2 a fehér golyó kiválasztásának valószínűsége.

V.

Hadd fogalmazzam meg az eddig elmondottakat egy kissé általánosabban. A valószínűség jelen felfogása feltételezi, hogy amikor a valószínűség fogalmát alkalmazzuk, adva van egy statisztikus sokaság. A sokaság minden egyes eleme jellemezhető azzal, hogy rendelkezik-e egy adott t tulajdonsággal vagy sem. A valószínűség fogalma a statisztikus sokaság, és ezen keresztül a szóban forgó t tulajdonság véletlen mintavételezéséhez kapcsolódik. A jelen értelmezés keretében ahhoz az e_t eseményhez fogunk valószínűséget rendelni, hogy „a sokaság elemeiből véletlenül választva, egy t tulajdonságú elemet kapunk". Hogyan?

Képzeljük el, hogy a statisztikus sokaságból egy nagy elemszámú mintát választunk ki. Ezáltal a sokaság minden egyes eleme szert tesz arra a további tulajdonságra, hogy az illető elem ki lett-e választva a mintavételezés során. Jelöljük *k*-val azt a tulajdonságot, hogy az adott elem ki lett választva. (Ha egy elemet többször is kihúzhatunk, akkor a *k* helyett tekinthetjük azt a tulajdonságot, hogy az adott elem hányszor lesz kiválasztva.) Tegyük fel, hogy a mintavételezés véletlen abban az értelemben, hogy a mintavételezés folyamatát nem befolyásolja, a sokaság mely elemei rendelkeznek a *t* tulajdonsággal. Pontosabban fogalmazva, tekintsük a t, $\neg t$, k és $\neg k$ tulajdonságokat a sokaság felett. A mintavételezést véletlennek nevezzük akkor, ha a t, $\neg t$ és k, $\neg k$ tulajdonságok kauzálisan függetlenek minden egyes elem esetében. Vagyis az az esemény, hogy egy adott elem ki lett választva/nem lett kiválasztva, kauzálisan független attól eseménytől, hogy az adott elem rendelkezik/nem rendelkezik (szert tett/nem tett szert) a *t* tulajdonságra – kauzális függetlenségen azt értve, hogy a két esemény között sem direkt, sem közösok-típusú kauzális kapcsolat nem áll fenn.

Ha a mintavételezés véletlen a fenti értelemben, akkor a közösok-elv garantálni fogja, hogy a kiválasztott minta *reprezentatív*. Ez utóbbi azt jelenti, hogy a kiválasztott részsokaságban közel ugyanolyan arányban fordul elő a *t* tulajdonság, mint a teljes statisztikus sokaságban. Tegyük fel ugyanis, hogy ez nem teljesül, vagyis a *k* tulajdonságú – tehát a mintába kerülő – elemek körében nagyobb/kisebb arányban vannak jelen *t* tulajdonságú elemek, mint a teljes sokaságban. Ez azt jelenti, hogy a *t* és *k* tulajdonság statisztikusan nem független, vagyis köztük statisztikus korreláció áll fenn a statisztikus sokaságban. A közös-ok elv értelmében ez csak úgy lehetséges, ha létezik valamilyen – direkt oksági vagy közösok-típusú – kapcsolat a *t* és *k* tulajdonságok megszerzésének történetében, legalább a sokaság bizonyos elemei esetében. A mintavételezés véletlenszerűsége azonban éppen azt zárja ki, hogy ilyen kauzális kapcsolat fennálljon.

Képzeljük el, hogy a kérdéses statisztikus sokaságból véletlenszerűen kiválasztunk egy elemet. Tegyük fel, hogy a sokaság véletlen mintavételezését sokszor egymás után elvégezzük. A kiválasztott minta reprezentatív lesz. A minta reprezentativitásából az következik, hogy az e_t eseménynek – egy *t* tulajdonságú elem kiválasztásának – a mintavételek sorozatában leszámolt relatív gyakorisága jó közelítéssel meg fog egyezni a *t* tulajdonságú elemek sokaságbeli arányával. Ezt a számot nevezzük az e_t esemény valószínűségének.

VI.

Az előbbiekben felvázoltuk a valószínűség és véletlen fogalmának egy új értelmezését. Felmerül a kérdés, hogy az itt javasolt séma mennyiben fedi le a valószínűség alkalmazásainak körét. Erre a kérdésre a X. pontban fogunk viszszatérni. Most csupán egy példát szeretnék mutatni arra, hogy az általam kínált értelmezés hogyan ad számot a valószínűség egy paradigmatikus, ám az értelmezési keretünkbe látszólag nem illeszkedő esetéről.

Egy szabályos kockával dobunk. Mi a valószínűsége, hogy a dobás eredménye 2-es lesz? A standard válasz, hogy ez a valószínűség 1/6. Miért?

A kockadobás determinisztikus folyamat: a kocka kezdeti mechanikai állapota (pozíciója és sebessége az eldobás pillanatában) egyértelműen meghatározza, hogy melyik oldalán fog landolni. Gondoljuk el a kocka lehetséges kezdeti állapotainak halmazát. Ezt a halmazt a mechanikában fázistérnek nevezik. A fázistér minden pontjához hozzárendelhetjük azt a tulajdonságot, hogy az adott kezdeti állapot milyen kimenetre vezet. Ezáltal előáll a fázistér egy hat parcellára történő felosztása, melyben az egyes parcellák az „1-es", „2-es", „3-as", „4-es", „5-ös", illetve „6-os" tulajdonságú pontokat tartalmazzák. Az, hogy a kocka szabályos, annak felel meg, hogy a hat parcella ugyanannyi pontot tartalmaz, vagyis az egyes kimenetekre vezető kezdeti állapotok aránya az összes lehetséges kezdeti állapotok között 1/6. (Ha ez nem így lenne – például amiatt, hogy a kocka tömegeloszlása nem egyenletes –, úgy valamelyik kimenet fizikai értelemben ki lenne tüntetve a többivel szemben, s nem tekintenénk a kockát szabályosnak.)

Mondandónk szempontjából lényeges lesz a kimenet-tulajdonságok fázistér feletti eloszlásának topológiája. A kockadobás mechanizmusa „kaotikus", abban az értelemben, hogy a dobás kimenete érzékenyen függ a kocka kezdeti állapotától. A kocka kezdeti pozíciójának és sebességének kicsiny megváltozása eltérő kimenetet eredményezhet. Pontosabban megfogalmazva: a fázistér tetszőleges pontjának kis környezetében találunk olyan kezdeti állapotot, amely 1-es, 2-es, 3-as, 4-es, 5-ös és 6-os kimenetre vezet. A kockadobás mechanizmusának e tulajdonsága felelős azért, hogy a dobás nem „cinkelhető", azaz a dobó ágens nem képes irányítani, kontrollálni a dobás eredményét azáltal, hogy a kockát alkalmasan megválasztott kezdeti állapotból indítja – ehhez ugyanis rendkívüli pontossággal kellene meghatároznia a kocka pozícióját és sebességét az eldobás pillanatában (vö. Kapitaniak et al. 2012).

Tekintsük most a kocka fázisterét egy statisztikus sokaságnak. A kocka eldobása kiválaszt egy pontot ebből a sokaságból – azt, amelyik a kocka kezdeti állapotához tartozik. A kiválasztott pont rendelkezik valamilyen kimenet-tulajdonsággal – „1-es", „2-es", „3-as", „4-es", „5-ös" vagy „6-os" –, annak megfelelően, hogy az adott kezdeti állapot melyik kimenetre vezet. Az, hogy a kocka eldobásakor milyen kezdeti állapot realizálódik, egy bonyolult folyamat eredménye, melyet számtalan tényező befolyásol (mindazok a fiziológiai, pszichológiai, külső-fizikai tényezők, amelyek a dobó ágens kezének mozgására az adott pillanatban hatással vannak). A kockadobás „cinkelhetetlensége" egy dolgot azonban garantál: azt, hogy a fázistér melyik pontja realizálódik a kocka eldobásakor, nem befolyásolja, hogy melyik pont milyen kimenet-tulajdonsággal rendelkezik – ellenkező esetben a dobást „cinkeltnek" tekintenénk. Vegyük észre, hogy a dobás „cinkelhetetlensége", mint a fázistér pontjaiból történő választásnak egy tulajdonsága, pontosan annak felel meg, amit a golyós példánkban a „vakon" történő húzás jelentett: annak, hogy a kiválasztás folyamata kauzálisan független a kiválasztott dolog releváns tulajdonságától. A kocka eldobása úgy írható le, mint az asztalon lévő golyók bekötött szemmel történő kiválasztása: *a kockadobás a kocka fázisterének mint statisztikus sokaságnak a véletlen mintavételezését valósítja meg,* abban az értelemben, ahogy ezt a V. pontban definiáltuk – ahol t most a fázistér pontjainak azt a tulajdonságát jelöli, hogy egy kezdeti állapot adott, például 2-es kimenetre vezet.

Képzeljük el, hogy egy hosszú dobássorozatot hajtunk végre. Ez kiválaszt a kocka fázisteréből egy nagy elemszámú mintát. A mintavételezés véletlenszerűsége garantálja, hogy a kiválasztott minta reprezentatív lesz. A reprezentativitás azt jelenti, hogy a kiválasztott mintában közel ugyanolyan arányban fordulnak elő az adott kimenet-tulajdonságú pontok, mint a teljes a fázistéren. A kockadobás véletlenszerűsége tehát garantálja, hogy a 2-es dobás relatív gyakorisága a dobássorozatban jó közelítéssel megegyezik a 2-es kimenetre vezető kezdeti állapotok fázistérbeli arányával. Ezt a számot nevezzük a 2-es dobás (az e_t esemény) valószínűségének. Szabályos kocka esetén ez a szám 1/6. Ezzel rögzítettük a 2-es dobás valószínűségéről tett intuitív kijelentésünk értelmét.

VII.

Az új valószínűség-interpretáció tükrében térjünk most vissza az I. pontban megfogalmazott, a valószínűség természetére vonatkozó alapvető kérdésekhez. Kezdjük azzal a kérdéssel, hogy a valószínűség fogalma szükségszerűen megismételt kísérletek egy sorozatához kapcsolódik-e, vagy „single-case”, abban az értelemben, hogy individuális események esetében is értelmes.

A valószínűség fogalmát egy statisztikus sokaság véletlen mintavételezésének kontextusában értelmeztük. A mintavételezés véletlenszerűsége biztosítja, hogy a mintavételezések sorozatában létrejövő relatív gyakoriság jó közelítéssel megegyezik a sokaságot jellemző – a mintavételezés aktusától független – relatív aránnyal. Ezt a számot neveztük valószínűségnek. Vagyis:

$$\begin{aligned}&\text{valószínség} \overset{\text{def}}{=} \\ &\text{relatív gyakoriság kísérletsorozatban} = \text{relatív arány sokaságon}\end{aligned} \qquad (1)$$

Vegyük észre, hogy míg a bal oldalon szereplő relatív gyakoriság mindig egy megismételt eseménysorozathoz kapcsolódik, addig a jobb oldalon álló relatív arány „single-case”, abban az értelemben, hogy ez az arány minden egyes mintavétel elvégzésekor jól-definiált. Golyós példánknál maradva, míg a fehér golyó kiválasztásának relatív gyakorisága olyan fogalom, amely húzások sorozatához kapcsolódik, addig a „fehér golyók száma az asztalon/összes golyók száma az asztalon” arány a szituáció olyan tulajdonságát fejezi ki, amely a húzássorozat minden egyes futamát külön-külön jellemzi. Vegyük azt is észre, hogy ez utóbbi arány semmi más, mint amit az adott szituációban a „kedvező esetek száma/összes lehetséges esetek száma” hányadosnak tekintenénk – a valószínűség értékének a klasszikus, laplace-i definíció szerint. Az új valószínűség-interpretáció tehát világossá teszi, hogyan lehetséges az, hogy a valószínűség fogalmához tapadó különböző, néha egymásnak ellentmondó intuíciók (például: a valószínűség a gyakoriság fogalmához kötődik, ugyanakkor individuális események esetén is értelmes) valóban egyszerre jellemzik azt a fogalmat, amelyet valószínűségnek nevezünk. Ennek oka, hogy azok az objektív kondíciók, amelyek mellett a valószínűség fogalmának értelmet adtunk – nevezetesen, hogy a kérdéses szituáció egy véletlen mintavételezésnek legyen tekinthető –, garantálják, hogy a valószínűség intuitív fogalmához kötődő, és általában egymással nem azonos tulajdonságok megfelelésben állnak.

E megállapításhoz a következő megjegyzéseket érdemes hozzáfűzni:

- A kísérletsorozatban leszámolt relatív gyakoriság és a sokaságot jellemző relatív arány természetesen akkor is megegyezhet, ha nem egy véletlen kísérletről van szó. Képzeljük el, hogy a golyókat húzó személy, aki most látja a golyók színét, felváltva választ fehéret és feketét. A fehér golyó kihúzásának relatív gyakorisága tehát 1/2 lesz, ami megegyezik az asztalon lévő fehér golyók arányával. Noha a két mennyiség megegyezik, ebben az esetben nem használnánk a valószínűség fogalmát. Fontos tehát hangsúlyozni, hogy a valószínűség fogalma esszenciálisan kapcsolódik egy véletlenszerű folyamat kontextusához.
- A tudományos gyakorlat szempontjából legfontosabb standard valószínűség-interpretáció a frekventizmus, amely a valószínűség fogalmát a relatív gyakoriság fogalmával azonosítja. A frekventizmussal szemben megfogalmazott központi ellenvetés (Strevens 2011), hogy az nem képes számot adni az akcidentális és nomikus frekvenciák különbségéről – szemben az előbbiekkel, az utóbbiak olyan regularitásokat fejeznének ki, melyek a világ nomikus struktúrájából következnek. A nomikus frekvencia ismertetőjegye a kontrafaktuális stabilitás, vagyis, hogy érzéketlen a kérdéses frekvenciát produkáló folyamat esetlegességeire. A valószínűség intuitív fogalma a frekvenciák ez utóbbi osztályához kapcsolódik, ám, szól az ellenvetés, a frekventista nem képes a valószínűség e vonását megmagyarázni. Vegyük észre, hogy az itt kínált valószínűség-interpretáció megoldja ezt a problémát: a valószínűségnek megfelelő relatív gyakoriság az (1) formula értelmében robusztus a mintavételezési eljárás részleteivel szemben, hiszen az csak a mintavételezett sokaság jellegzetességeitől függ – pontosabban csak a mintavételezett tulajdonság sokaságbeli eloszlásától. Golyós példánkban, ha a húzó személy szeme nincs bekötve, a fehér golyó választásának frekvenciáját számos tényező befolyásolhatja (az ágens pszichológiai állapota, a golyók pontos helyzete, stb.); ellenben ha a húzás bekötött szemmel történik, a frekvencia érzéketlen lesz mindezekre a részletek-

re. Az új valószínűség-interpretáció egyúttal kijelöli azokat a kondíciókat, amelyek mellett a valószínűségnek megfelelő stabil frekvenciák létrejönnek – e kondíciók, mint láttuk, a véletlen fogalmához kapcsolódnak.[3]

- A véletlen fogalma, ahogy azt értelmeztük, „single-case” fogalom. A kauzális szeparáció ténye ugyanis minden egyes mintavételezési aktust külön-külön jellemez. Golyós példánknál maradva, az, hogy az ágens bekötött szemmel választja-e a golyót vagy sem, minden egyes individuális húzás esetében értelmes. Ennek megfelelően annak a feltétele, hogy a valószínűség fogalma a kérdéses szituációban alkalmazható-e, továbbá a valószínűségnek megfelelő mennyiség értéke (amely tehát az (1) formula értelmében megegyezik egy „single-case” aránnyal), olyan dolgok, melyek szuperveniálnak a szóban forgó kísérlet egyetlen futamának történésein. Ebben az értelemben tekinthető a valószínűség „single-case” fogalomnak.
- A szóban forgó relatív gyakoriság és relatív arány egyenlősége approximatív értelemben áll fenn. Egy N elemszámú véletlen minta esetén a mintán leszámolt relatív gyakoriság és a sokaságot jellemző relatív arány különbsége általában nem nulla, de ez a különbség olyan, hogy N növekedtével csökken és nullához tart ahogy a közelítünk a végtelen elemszámú minta határesete felé. Ez az, amit a közösok-elv alapján várhatunk. A konvergencia ütemét – de nem magát a konvergencia tényét – mindig a kérdéses szituáció és mintavételezési eljárás részletei határozzák meg.
- Jegyezzük meg, hogy a relatív gyakoriság konvergenciájának kérdése, ahogy az itt felmerül, *nem* köthető a valószínűség-számításban nagy számok törvényeiként ismert matematikai tételekhez (Ross 2009, 8. fejezet). Mindenekelőtt azért nem, mert míg a nagy számok törvényei a relatív gyakoriság konvergenciáját a valószínűség terminusaiban jellemzik, tehát adottnak veszik a valószínűség fogalmát, addig a valószínűség itt kínált fogalma előfeltételezi ezt a konvergenciát, abban az értelemben, hogy előfeltételezi azoknak a kondícióknak a fennállását, amelyek mellet az (1) egyenlőség – legalább közelítő értelemben – teljesül. Tegyük hozzá, hogy a nagy számok törvénye megengedi, hogy a relatív gyakoriság véges mintán leszámolt értéke tetszőleges mértékben eltérjen az „elméleti valószínűség” értékétől. Golyós esetünknél maradva, a nagy számok törvénye szerint például „lehetséges” az, hogy a 100 véletlenszerűen kiválasztott golyó mindegyike

[3] Az általam kínált elemzés közeli rokonságban áll a valószínűség ún. dinamikai elméleteivel, melyek szintén azokat az objektív feltételeket igyekeznek megragadni és a valószínűség fogalmával összekapcsolni, amelyek mellett stabil frekvenciák jönnek létre. Az irodalomban „a tetszőleges függvények módszereként” hivatkozott elmélet e kondíciókat a stabil frekvenciákat produkáló determinisztikus fizikai rendszerek (pl. eldobott kocka) dinamikájának bizonyos tulajdonságaiban vélik megtalálni – ilyen elvi jelentőségű tulajdonság pl. a VI. pontban vázolt kezdeti feltételre való érzékenység (Strevens 2011).

fehér – „lehetséges” abban az értelemben, hogy a húzások egy alkalmas valószínűségelméleti modelljében ehhez az eseményhez kicsi, de pozitív „valószínűség” lesz rendelve.[4] Hangsúlyoznunk kell azonban, hogy ha a közösok elve – abban a formájában, ahogy azt a III. pontban megfogalmaztuk – igaz a világban, akkor ilyen esemény bekövetkezése *nem lehetséges*. Valóban, ha az ágens egymás után kihúzna 100 fehér golyót, akkor nem azt gondolnánk, hogy egy kis „valószínűségű” esemény realizálódott, hanem azt, hogy a húzás valójában nem volt véletlenszerű. Hasonlóan ahhoz: ha egy kockával valaki egymás után 100-szor 6-ost dob, nem azt gondoljuk, hogy egy kis „valószínűségű”, de „lehetséges” véletlen regularitást figyeltünk meg, hanem azt, hogy a kocka nem szabályos vagy a dobás cinkelt. A közösok-elv ugyanis éppen az ilyen típusú véletlen regularitás lehetőségét zárja ki.

VIII.

Hogyan kapcsolódik a valószínűség fogalma tudásunkhoz illetve tudásunk hiányához? A felvázolt elmélet a valószínűség fogalmát olyan fogalmak terminusaiban értelmezi, mint

- kauzális függetlenség
- tulajdonság relatív aránya egy sokaságban
- esemény relatív gyakorisága egy kísérletsorozatban.

E fogalmak – legalábbis első közelítésben – olyan objektív tulajdonságokat fejeznek ki, melyeket nem befolyásol semmi, ami az adott szituációra vonatkozó tudásunkkal vagy annak hiányával kapcsolatos, és amelyeknek általában semmi köze nincs a tudás fogalmához. Ennek megfelelően az itt kínált elemzés a valószínűség-értelmezések azon osztályába sorolható, melyet az irodalomban a valószínűség „objektív interpretációinak” neveznek (Gillies 2000. 2).

Az eddig elmondottak mégis összefüggésbe hozhatók a tudás hiányának koncepciójával. Vegyük ismét golyós példánkat. Azt a tényt, hogy a bekötött szemmel húzó ágens golyóválasztására nincs hatással a golyók színtulajdonsága, e tényt hétköznapi nyelven úgy jellemeznénk, mint annak a következménye, hogy az ágens „nem tudja”, melyik golyó milyen színű. Az ágens „tudásának hiánya” tehát elégséges feltételét szolgáltatja annak, hogy húzásai által az asztalon lévő golyók véletlen mintavételezése valósuljon meg, és a valószínűség fogalmát alkalmazni lehessen. Talán pontosabb ezt úgy megfogalmazni, hogy a kauzális

[4] Az idézőjel használata lényeges, hiszen a „valószínűség” ebben a kontextusban nem az általam értelmezett fogalmat jelöli, hanem egy interpretálandó terminus.

függetlenség fogalma, ahogy azt a véletlen mintavételezés értelmezésének kontextusában használtuk, tulajdonképpen semmi más, mint a „tudás hiányának" objektív/fizikai terminusokban történő kifejtése. Anélkül, hogy a tudás filozófiai elméleteinek részleteibe bocsátkoznánk, jegyezzük meg, hogy ez az értelmezés összhangban van a tudás fogalmának azon felfogásával, melyet az irodalomban a tudás oksági elméletének neveznek (Goldman 1967/1995). A tudás oksági elmélete szerint egy hitállapot csak akkor fejezhet ki valamely tárgyra vonatkozó tudást, ha a hitállapot és a hit tárgya között kauzális kapcsolat áll fenn. A golyót húzó ágens csak akkor rendelkezhet tudással arról, hogy melyik golyó milyen színű, ha a golyók színe és az ágens erre vonatkozó hitei kauzális kapcsolatban vannak – például annak eredményeképp, hogy a golyók felületéről a megfelelő hullámhosszúságú fény verődik az ágens szemébe. Ilyen kauzális kapcsolat hiányában – amit például a szem bekötése biztosíthat – az ágens nem rendelkezhet tudással a golyók színéről, s voltaképpen ennek a kauzális kapcsolatnak a hiánya az, amit a „tudás hiányaként" írhatunk le. A golyók színére vonatkozó tudás hiánya garantálja, hogy az ágens hitei által vezérelt cselekedetei – golyó-választásai – és a golyók színe szintén kauzálisan függetlenek lesznek (feltételezve, hogy cselekedetei szabadon történnek abban az értelemben, hogy a golyók szín-tulajdonsága csak *hitein keresztül* befolyásolhatja az ágens cselekvését, beleértve golyó-választásait). A „tudás hiányának" ez utóbbi manifesztumát tekintettük a véletlen mintavételezés kritériumának.

Hangsúlyoznunk kell, hogy bár a „tudás hiánya" ilyen módon összekapcsolódik a véletlen fogalmával, s így a valószínűség alkalmazásának előfeltételeivel, a valószínűség *értékét* nem befolyásolja semmi, ami a tudás fogalmával lenne kapcsolatban. Golyós példánkban a valószínűség értékét az asztalon lévő fehér és fekete golyók aránya határozza meg, s ez az arány a golyók sokaságának olyan objektív tulajdonsága, amely független bármilyen episztemikus ágens tudásállapotától, ideértve a mintavételezést végző személyét is.

E megjegyzés tükrében érdemes szót ejtenünk a Laplace-tól származó indifferencia vagy pártatlanság elvének státuszáról. Az indifferencia elve azt mondja ki, hogy ha (1) *nem tudjuk*, hogy két alternatíva közül melyik fog bekövetkezni, (2) a kérdéses szituációra vonatkozó *tudásunk szimmetrikus* a két alternatívára nézve – vagyis nincs okunk egyiket sem kitüntetni a másikkal szemben –, akkor a két alternatívához azonos valószínűséget kell rendelnünk. Tipikus példa a szabályos kockával történő dobás esete: (1) nem tudjuk, hogy a kocka eldobása milyen kimenetre fog vezetni, (2) nincs okunk egyik kimenetet sem kitüntetni a többivel szemben. Ilyen esetben a pártatlanság elve értelmében egyforma – 1/6 – valószínűséget rendelünk a hat lehetséges kimenethez.

A valószínűségnek azt a fogalmát, amelyre az indifferencia elve vonatkozik, tudásunk hiányára hivatkozva vezetjük be, és ennyiben a kérdéses szituációra vonatkozó „ignoranciánkat", szubjektív hitállapotunkat jellemzi. A pártatlanság elvéből következő valószínűség ugyanakkor a világ egy objektív tényét is kifejezni látszik. Hiszen empirikus tény, hogy egy szabályos kockával történő dobássorozatban közel 1/6 gyakorisággal fordul elő az összes kimenet. Hogyan lehetséges az, hogy a tudás hiányából egy objektív tényre vonatkozó tudás következhet? (Vö. Strevens 1998.) A valószínűség itt kifejtett értelmezése világossá teszi, hogy miről van szó. (1) Amint a VI. pontban láttuk, a kockát eldobó ágens „tudásának hiánya" azt jelenti, hogy dobásai a kocka fázisterének egy véletlen mintavételezését valósítják meg. A véletlen itt használt fogalmát úgy is kifejezhetnénk, hogy a mintavételezés „indifferens", „pártatlan" a mintavételezett sokaság releváns tulajdonságaival kapcsolatban. Hangsúlyozzuk, hogy a „pártatlanság" itt a mintavételezés folyamatának egy objektív tulajdonságára utal: a mintavételezés aktusának és a sokaság tulajdonságainak kauzális szeparációjára. (2) Azokban az esetekben, amikor az indifferencia elvét sikeresen alkalmazzuk – tehát a pártatlanság elvéből következő valószínűség megfelel az empirikusan megfigyelt frekvenciának –, ezekben az esetekben sosem az a perdöntő, hogy „tudásunk szimmetrikus a kérdéses alternatívákra nézve", hanem mindig arról van szó, hogy ismerjük a szituáció egy releváns *objektív szimmetriáját*. A kockadobás példájánál e szimmetria annak felel meg, hogy a kocka szabályos, vagyis az egyes kimenetekhez tartozó fázistér-parcellák egyforma nagyságúak (lásd VI. pont). E két objektív tény együttese – véletlen mintavételezés + kimenet-tulajdonságok eloszlásának szimmetriája – az, ami – a közösok-elven keresztül – maga után vonja, hogy egy hosszú dobássorozatban a kimenetek frekvenciája közel azonos lesz.

IX.

Az előző pontban tisztáztuk, hogyan kapcsolódik a valószínűség itt bevezetett fogalma a szubjektív modalitás feltételeihez. Most rátérünk az objektív modalitás és a valószínűség viszonyának kérdésére. A valószínűség itt kínált értelmezése a véletlen fogalmára épül. Hangsúlyoznunk kell, hogy a véletlen fogalma, ahogyan azt a II. pontban értelmeztük, nem kötődik az indeterminizmushoz, és általában semmi köze nincs a determinizmus–indeterminizmus kérdéséhez. A véletlen fogalmát a kauzális függetlenség fogalmára alapoztuk, s a kauzális függetlenség eseményeknek olyan viszonya, amely kompatibilis azzal is, hogy a kérdéses események tökéletesen determináltak és azzal is, hogy azokat nem determinálja semmi. Képzeljük el, hogy golyós példánkban a bekötött szemű ágens helyett egy robotkar végzi el a golyók mintavételezését, amelyeket előzetesen egy másik robotkar helyezett el az asztalon. Képzeljük el, hogy egyik esetben a robotkarokat determinisztikus algoritmus vezérli, például egy-egy determinisztikus véletlenszám-generátor; egy másik esetben a robotkarok mozgását objektíve indeterminisztikus folyamat határozza meg, például egy-egy kvantumrészecske bomlása.[5] Világos, hogy mindkét esetben megvalósulhat a véletlen mintavételezés esete, amennyiben a robotkarok működése kauzálisan független, tehát a véletlenszám-generátorok működése nincs összehangolva, illetve a kvantumrészecskék között nincs (sem direkt, sem közösok-típusú) kölcsönhatás. Mindez azt is jelenti, hogy a véletlen mintavételezés kontextusához kapcsolódó valószínűség fogalma *nem* kötődik szükségszerűen egy indeterminisztikus világhoz. Ez megmagyarázza, hogy a „determinisztikus valószínűség" kifejezés – melyet a filozófiai irodalom használ a determinisztikus (fizikai) elméletekben, például a statisztikus mechanikában előforduló valószínűségekre – miért nem oximoron, vagyis hogyan lehetséges a valószínűség fogalmának olyan értelmezését adni, amely egyszerre objektív és kompatibilis a determinizmussal.[6]

X.

A determinizmus kérdése kapcsán érdemes szót ejtenünk a kvantummechanika rejtett paraméter problémájáról. A kvantummechanika statisztikus algoritmusa megjósolja, hogy adott módon preparált kvantummechanikai rendszeren méréseket végrehajtva, milyen „valószínűséggel" milyen kimenetet kapunk. A kvantummechanika által jósolt „valószínűségek" nagy pontossággal megegyeznek a kísérletekben mért relatív gyakoriságokkal. A rejtett paraméterek problémáját a következőképpen fogalmazhatjuk meg. El tudunk-e gondolni azonosan preparált kvantummechanikai rendszereknek egy olyan hipotetikus sokaságát, melynek minden eleme előre meghatározott (a szóban forgó kvantummechanikai mérések kimeneteinek megfelelő) tulajdonságokkal rendelkezik, úgy, hogy a kvantummechanika által leírt relatív gyakoriságok e sokaság véletlen mintavételezésével állnak elő? Vagyis:

$$\begin{array}{l}\text{kvantummechanikai relatív gyakoriság} \overset{?}{=} \\ \text{relatív arány hipotetikus sokaságon}\end{array} \qquad (2)$$

[5] Elfogadva azt a standard értelmezést, hogy a kvantumrészecskék viselkedése nem determinált. Hogy ez tényleg így van-e, ezt a problémát nevezik a kvantummechanika ún. „rejtett paraméter" problémájának, melyre a következő pontban térünk vissza.

[6] Az itt kifejtett valószínűég-értelmezés ebből a szempontból is rokon az 1. lábjegyzetben hivatkozott ún. dinamikai elméletekkel, melyek a determinisztikus valószínűség fogalmát kívánják értelmezni. A determinizmus és a valószínűség fogalmának összeegyeztetésére tett más típusú kísérletekről lásd pl. Ismael 2009; Frigg–Hoefer 2010; List–Pivato 2015.

Természetesen nem akarom azt állítani, hogy a valószínűég általam javasolt fogalma automatikusan alkalmazható lenne bármilyen determinisztikus kontextusban. Könnyen el lehet azonban gondolni, hogy például a statisztikus mechanikai valószínűségek hogyan értelmezhető a VI. pontban vázolt kockadobás esetének mintájára.

A sokaság elemeinek előre meghatározott tulajdonságait szokás rejtett paramétereknek nevezni. E tulajdonságok rejtettek abban az értelemben, hogy azokat a kvantummechanikai leírás nem tartalmazza.

A rejtett paraméteres értelmezés igénye két fő forrásból táplálkozik.[7] Az egyik a determinizmus kérdéséhez kapcsolódik. A rejtett paraméterek létezése azt jelenti, hogy a kvantummechanikai mérés minden egyes esetben előre meghatározott kimenettel rendelkezik – melyet a sokaság véletlenszerűen kiválasztott elemének tulajdonságai határoznak meg –, s a kvantummechanikai leírás a mérésnek csupán egy statisztikus, nem teljes jellemzését adja. (Hasonlóan ahhoz, ahogy a golyós példánkban szereplő relatív gyakoriság nem teljes jellemzését jelenti a húzás aktusának, mely minden egyes esetben jól meghatározott kimenettel rendelkezik, attól függően, hogy a kiválasztott golyó milyen színű.)[8] A rejtett paraméteres értelmezés jelentősége tehát abban áll, hogy ha a szóban forgó sokaság elgondolható, akkor a kvantummechanikai relatív gyakoriságok felfoghatók úgy, mint egyfajta „episztemikus valószínűségek", hasonlóan ahhoz, ahogy a statisztikus mechanikai valószínűségeket értjük. A másik fő motivációt az adja, hogy a kvantummechanika bizonyos speciális jóslatai lényegében kikényszerítik a rejtett paraméterek létezését. Egyes távoli részrendszerekből álló, ún. összefonódott kvantummechanikai rendszerek olyan korrelációkat produkálnak, melyeket csak úgy lehetséges kauzális terminusokban megérteni – összhangban a közösok elvével, illetve azzal a további fizikai elvvel, hogy fénysebességnél gyorsabban nem terjedhet kauzális hatás –, ha feltételezzük, hogy a távoli részrendszereken elvégzett mérések kimenetei determinálva vannak, oly módon, ahogy azt a rejtett paraméteres értelmezés leírja. Ez a híres Einstein–Podolsky–Rosen-argumentum (Einstein–Podolsky–Rosen 1935).

A rejtett paraméter problémának van azonban egy további aspektusa, amely mondandónk szempontjából különleges jelentőséggel bír. Vegyük észre, hogy a rejtett paraméterek létezése lényegében ekvivalens azokkal a kondíciókkal, melyek mellett a valószínűség fogalmának értelmet adtunk. A valószínűség itt bevezetett fogalma előfeltételezi, hogy adva van egy statisztikus sokaság meghatározott tulajdonságú elemekkel, melyből véletlenszerűen kiválasztunk egy nagy elemszámú mintát. A kiválasztás véletlenszerűsége garantálja, hogy a mintán leszámolt relatív gyakoriságok megegyeznek a sokaság feletti relatív arányokkal. Ezeket az értékeket neveztük valószínűségeknek. Mindebből következik, hogy egy kísérletsorozatból származó relatív gyakoriság csak akkor tekinthető „valószínűségnek", csak akkor értelmezhető úgy, mint valamilyen valószínűség realizációja, ha létezik egy olyan statisztikus sokaság, amelynek véletlen minta-

[7] A részletekről lásd pl. Bell 1971/1987; E. Szabó 2004, 9. fejezet.

[8] A IX. pontban elhangzottak tükrében érdemes megjegyezni, hogy a rejtett paraméterek létezése pusztán annyit jelent, hogy a mérés kimenetét determinálják a megmért objektum tulajdonságai, de összefér azzal, hogy az objektumok tulajdonságai nincsenek előzetesen determinálva. Ennyiben a rejtett paraméterek létezése kompatibilis az indeterminizmussal.

vételezésével a kérdéses frekvencia előáll; más szóval, ha a szóban forgó relatív gyakoriságnak megadható rejtett paraméteres értelmezése. (Vö. [1] vs. [2])

John Bell (1964/1987) nevéhez fűződik az az alapvető eredmény, mely szerint a kvantummechanika bizonyos jóslatai (azok, amelyek az Einstein–Podolsky–Rosen-argumentumban szereplő kvantummechanikai rendszert írják le) nem reprodukálhatók egy rejtett paraméteres interpretáció keretében. Vagyis nem gondolható el egy olyan sokaság rögzített tulajdonságú elemekkel, amelynek véletlen mintavételezésével a szóban forgó frekvenciák előállnának. Amellett, hogy az eredménynek alapvető következményei vannak a determinizmus kérdésével illetve a kauzalitás természetével kapcsolatban, Bell tétele azt vonja maga után, hogy a valószínűség általam javasolt fogalma nem alkalmazható a kvantummechanikában. Ez tekinthető az itt kínált valószínűség-interpretáció hiányosságának, de úgy is értelmezhető, mint a kvantummechanikai rejtett paraméter probléma egy új – talán az eddigieknél is alapvetőbb – aspektusa, nevezetesen: értelmezhető-e egyáltalán a valószínűség fogalma a kvantummechanikában?[9]

Összekapcsolva ezt a gondolatot az előző pontban elmondottakkal, érdemes összefoglalnunk a determinizmus és valószínűség viszonyával kapcsolatos belátásainkat. Általánosan elfogadott nézet, hogy a valószínűség fogalmából következőleg kompatibilis az indeterminizmussal és a determinizmus az, amely számára kihívást jelent a valószínűség fogalmának elszállásolása. A IX. pontban láttuk, hogy ha a determinizmus fogalmát abban az általános értelem használjuk, mely szerint minden eseménynek létezik valamiféle elégséges oka, akkor a valószínűség fogalma egyaránt kompatibilis mind a determinizmussal, mind az indeterminizmussal. Mi több, azt is látjuk, hogy ha a determinizmus fogalmát a rejtett paraméterek létezésével hozzuk kapcsolatba, akkor éppen a standard felfogás ellenkezője látszik igaznak lenni. Ha világ olyan, hogy a szóban forgó fizikai mérések statisztikája mögött rejtett paraméteres mechanizmus áll, akkor rendelkezésünkre áll a valószínűség egy jól definiált értelme. Ellenben, ha a világ nem ilyen, akkor a valószínűség jelentése tisztázatlan marad.[10]

[9] Jegyezzük meg, hogy Bell tétele a kvantumjelenségek egy nagyon speciális körére vonatkozik. Vagyis egy tipikus kvantummechanikai rendszer viselkedése elvben interpretálható egy rejtett paraméteres elmélet keretében, és ezzel összhangban elvben leírható a valószínűség általam adott fogalmával.

[10] Nem célom e tanulmányban a valószínűség alternatív koncepcióinak kritikai bemutatása. Érdemes azonban megemlíteni, hogy azok, akik az objektív valószínűség fogalmát az indeterminizmussal párosítják, tipikusan „primitivisták” a valószínűség fogalmával kapcsolatban, abban az értelemben, hogy a valószínűséget primitív, nem redukálható, más terminusokban tovább nem analizálandó fogalomnak tekintik. E felfogás szerint az objektív valószínűség fogalma a fundamentális fizikai elméletek sztochasztikus törvényeihez köthető. A nézet részleteiről lásd pl. Maudlin 2011. 295–00. A „primitivizmus” kritikai elemzését kínálja Hoefer 2011. 323–28.

XI.

A kvantummechanikai rejtett paraméter problémának van egy olyan további tanulsága, mely rámutat az itt kínált valószínűség-fogalom egy fontos vonására. A rejtett paraméteres interpretáció hátterében a kvantummechanikai mérés ontológiájának egy egyszerű modellje áll: a mérés feltárja a szóban forgó sokaság egy véletlenszerűen kiválasztott elemének előre rögzített, a mérés aktusától független tulajdonságát. Ez az a kép, amit a valószínűség általam adott fogalma is előfeltételez. Bell tételének tükrében hogyan kell módosítanunk a kvantummechanikai mérés ontológiájának e képét? Az általánosan elfogadott nézet szerint arról van szó, hogy a mérés aktusa befolyásolja, megváltoztatja a mérendő objektum tulajdonságait. Golyós példánkban ez olyasmit jelentene, mintha a húzás aktusa megváltoztatná a golyók színét. E jelenség akkor válik figyelemre méltóvá, amikor az Einstein–Podolsky–Rosen-argumentumban szereplő kvantummechanikai rendszerre alkalmazzuk: itt a feltételezés szerint az történik, hogy az egyik részrendszeren végrehajtott mérés megváltoztatja a másik, távoli részrendszer tulajdonságait (is) – ellentmondva annak a fizikai elvnek, hogy fénysebességnél gyorsabban nem terjedhet kauzális hatás.

A kvantummechanikai mérés egy másik értelmezése szerint a Bell-tétel következményei azzal magyarázhatók, hogy a mérés aktusa által megvalósított mintavételezés nem tekinthető véletlennek. A sokaság elemeinek tulajdonságai hatással vannak arra, hogy a sokaság mely elemei fognak bekerülni abba a mintába, amin a kvantummechanikai mérés statisztikája alapul. Ez az alapgondolata Arthur Fine ún. prizma modelljeinek (Fine 1982; E. Szabó 2002, 11. fejezet). Laza hasonlattal élve, olyasmiről van szó, mintha a golyóknak lenne egy további tulajdonsága – például a méretük lehet kicsi vagy nagy –, amelyik befolyásolja, hogy egy adott golyó ki lesz-e választva (például azáltal, hogy a bekötött szemű ágens megtapogatja a golyókat, és csak a nagyokat választja ki), továbbá ez a tulajdonság korrelál a golyók színével, tegyük fel, oly módon, hogy az összes nagy golyó fekete (el lehet képzelni egy ilyen korreláció – a golyók előállítására hivatkozó – közösok-típusú magyarázatát). Világos, hogy ez elrontja a szín-mintavételezés véletlenszerűségét.

Témánk szempontjából a rejtett paraméter problémára adott fenti válaszoknak az a jelentősége, hogy olyan konkrét, a mintavételezés aktusát jellemző mechanizmusokra mutatnak rá, melyek megsértik azokat a feltételeket, amelyek mellett a valószínűség fogalmát értelmeztük. Ez rávilágít arra, hogy a valószínűség nem fundamentális, nem univerzális fogalom. Abban az értelemben nem az, hogy alkalmazása olyan speciális kondíciókhoz van kötve, melyeknek teljesülését általában nem garantálja semmi. E kondíciók sérülése mellett is fennállhat egy határozott viszony a mintavételek sorozatában leszámolt relatív gyakoriság és a kérdéses tulajdonságok sokaság feletti eloszlása között, melyet a mintavételezés jellegzetességei határoznak meg. (Pontosan ezt a viszonyt igyekeznek megállapítani a kvantummechanikai mérés ontológiájára vonatkozó fenti elképzelések.) De ez a viszony nem lesz olyan, amit a valószínűség fogalmának terminusaiban ragadnánk meg.

Olyasmiről van itt szó, mint mondjuk a periódusidő fogalma a fizikában. A periódusidő fogalma jelenségek egy speciális osztálya, a periodikus jelenségek jellemzésére szolgál, ilyen például a bolygók mozgása a Nap körül. Nem periodikus mozgások leírására a periódusidő fogalma nem alkalmas. Természetesen periodicitás hiányában is képesek vagyunk tökéletes számot adni az adott jelenségről, más, alapvetőbb mennyiségek terminusaiban – például a bolygók pozíciójára, sebességére stb. hivatkozva; ugyanazon mennyiségekre hivatkozva, melyekben kifejezzük, hogy a szóban forgó jelenség periodikus-e vagy sem. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy periodikus mozgások esetén is képesek vagyunk ugyanezen alapvetőbb mennyiségek nyelvén, a periódusidő fogalmának használata nélkül leírni a szóban forgó jelenséget. Célszerűségi okokból azonban ilyen esetekben bevezetjük a periódusidő fogalmát. Értelmezésem szerint teljesen hasonló a helyzet a valószínűség fogalmával is. Ilyen értelemben a valószínűség koncepciója végső soron nélkülözhető a tudományos diskurzus számára. Ebből következően a valószínűség olyan fogalom, amely nem látszik teljesíteni az ontológiai elköteleződésre vonatkozó ún. Quine–Putnam-féle nélkülözhetetlenségi kritériumot (Colyvan 2015), s így kérdéses, hogy szerepelhet-e a világról alkotott ontológiai narratívánkban.[11]

XII.

Végezetül szólnunk kell a felvázolt valószínűség-interpretáció előfeltevéseiről. Elemzésünk három központi fogalomra hivatkozik:

- tulajdonság relatív aránya egy sokaságban
- esemény relatív gyakorisága egy véges sok futamból álló kísérletsorozatban
- kauzális függetlenség.

Az első két fogalom világos tartalommal bír. Olyan mennyiségekről van szó, melyeknek értéke elvben empirikusan meghatározható. A kauzális függetlenség fogalma azonban nem ilyen. Golyós példánkban a kauzális szeparáció intuitív jelentése kézenfekvő, de messze nem magától értetődő, hogyan kell értelmezni ezt a fogalmat általában, különös tekintettel arra, hogy a kauzális függetlenség nem csupán a direkt oksági kapcsolat hiányát hivatott megragadni, hanem a közösok-típusúét is. Nyilvánvaló, hogy ez a kérdés a kauzalitás mibenlétének alapvető filozófiai problémájához vezet. Nem célom itt ennek a problémának a tárgyalása. A kauzális függetlenség fogalmát elemzésem szempontjából alapfo-

[11] Hasonló következtetésre jut E. Szabó 2004, 5.4 fejezet; 2007.

galomnak tekintem. Ebből a szempontból az általam kínált elemzés tükörképe annak az elméletnek, melyet az irodalomban „valószínűségi kauzalitásnak" neveznek (Salmon 1993; E. Szabó 2004, 6.3. fejezet). A valószínűségi kauzalitás elmélete az okság fogalmának elemzését kínálja a valószínűség fogalmának terminusaiban, anélkül, hogy az utóbbi jelentésére reflektálna. Az itt kifejtett analízis, megfordítva, a valószínűség fogalmát kívánja megragadni oksági fogalmak nyelvén, anélkül, hogy az utóbbiakat mélyebben értelmezné.

Elemzésünk három központi fogalmát a közösok-elv kapcsolja össze. A közösok-elv pontos jelentése és státusza vitatott kérdés az irodalomban (Arntzenius 2010; E. Szabó et al. 2010). A közösok-elv általam használt verziója események oksági és reguláris kapcsolatainak viszonyáról szól. Bár a közösok-elv standardnak tekinthető megfogalmazása valószínűségi terminusokat használ (a reguláris kapcsolatok kifejezésére vagy azok helyett),[12] s így előfeltételezi a valószínűség fogalmát, hangsúlyozandó, hogy az általam használt megfogalmazás (vö. III. és VII. pont) csupán véges mintán leszámolt relatív gyakoriságokra hivatkozik, és így nem tételezi fel a valószínűség előzetes fogalmát. Mindemellett az itt kínált valószínűség-interpretáció alapvető feltevése, hogy a közösok-elv, mint oksági és reguláris kapcsolatok viszonyáról szóló állítás, igaz a világban, legalábbis azokban az esetekben, amikor a valószínűség fogalmát alkalmazzuk.

Mindezen kitételek mellett úgy gondolom, hogy a valószínűség, kauzális függetlenség és közösok-elv koncepcióinak az a viszonya, melyet az itt kínált valószínűség-interpretáció megragad – s melyet tudomásom szerint soha senki nem tett explicitté az irodalomban –, alapvető szerepet játszik a valószínűség fogalmával kapcsolatos intuíciónkban.

IRODALOM

Arisztotelész 2010. *A természet*. Ford. Bognár László. Budapest, L'Harmattan.

Arntzenius, Frank 2010. Reichenbach's Common Cause Principle. Edward N. Zalta (szerk.) *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2010 Edition)*.
<https://plato.stanford.edu/archives/fall2010/entries/physics-Rpcc/>.

Bell, John 1964/1987. On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox. In uő: *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*. Cambridge, Cambridge University Press.

Bell, John 1971/1987. Introduction to the Hidden-Variable Question. In uő: *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*. Cambridge, Cambridge University Press.

Colyvan, Mark 2015. Indispensability Arguments in the Philosophy of Mathematics. Edward N. Zalta (szerk.) *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2015 Edition)*.
<https://plato.stanford.edu/archives/spr2015/entries/mathphil-indis/>.

[12] Nemcsak azért, mert a korreláció, ill. statisztikus függetlenség fogalmát valószínűségi nyelven fejezi ki, hanem azért is, mert a közös ok fogalmát az ún. árnyékolási feltétellel definiálja, mely szintén valószínűségi kondíció. Lásd pl. E. Szabó et al. 2010. 83.

Einstein, Albert – Podolsky, Boris – Rosen, Nathan 1935. Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete? *Physical Review*. 47. 777. (Magyarul: Albert Einstein: *Válogatott tanulmányok*. Gondolat, Budapest. 1971. 167.)

E. Szabó László 2004. *A nyitott jövő problémája – véletlen, kauzalitás és determinizmus a fizikában*. Budapest, Typotex. (Digitális kiadás.)

E. Szabó László 2007. Objective Probability-like Things with and without Objective Indeterminism. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*. 38. 626–634.

E. Szabó László – Gyenis Balázs – Gyenis Zalán – Rédei Miklós – Szabó Gábor 2010. Korrelációk kauzális magyarázata. *Magyar Filozófiai Szemle*. 54/3. 78–97.

Fine, Arthur 1982. Some Local Models for Correlation Experiments. *Synthese*. 50. 279.

Frigg, Roman – Hoefer, Carl 2010. Determinism and Chance from a Humean Perspective. In D. Dieks – W. Gonzalez – S. Hartmann – M. Weber – F. Stadler – T. Uebel (szerk.) *The Present Situation in the Philosophy of Science*. Berlin – New York, Springer. 351–372.

Gillies, Donald 2000. *Philosophical Theories of Probability*. London – New York, Routledge.

Goldman, Alvin 1967/1995. A tudás oksági elmélete. Ford. Forrai Gábor. *Magyar Filozófiai Szemle*. 39/1–2. 234–248.

Hájek, Alan 2012. Interpretations of Probability. Edward N. Zalta (szerk.) *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2012 Edition)*.
<https://plato.stanford.edu/archives/win2012/entries/probability-interpret/>.

Hegel, Georg Wilhelm Friedrich 1979. *A logika tudománya II*. Budapest, Akadémiai Kiadó.

Hoefer, Carl 2011. Physics and the Humean Approach to Probability . In C. Beisbart – S. Hartmann (szerk.) *Probabilities in Physics*. Oxford, Oxford University Press. 321–337.

Hofer-Szabó Gábor – Rédei Miklós – E. Szabó László 2013. *The Principle of the Common Cause*. Cambridge, Cambridge University Press.

Ismael, Jenann 2009. Probability in Deterministic Physics. *Journal of Philosophy*. 106/2. 89–108.

Kahl, Joachim 2009. *Weltlicher Humanismus. Eine Philosophie für unsere Zeit*. Berlin, Lit Verlag.

Kapitaniak, M. – Strzalko, J. – Grabski, J. – Kapitaniak, T. 2012. The Three-Dimensional Dynamics of the Die Throw. *Chaos*. 22/4. 047504.

List, Christian – Pivato, Marcus 2015. Emergent Chance. *The Philosophical Review*. 124/1. 119–152.

Maudlin, Tim 2011. Three Roads to Objective Probability. In C. Beisbart – S. Hartmann (szerk.) *Probabilities in Physics*. Oxford, Oxford University Press. 293–319.

Monod, Jacques 1971. *Chance and Necessity: An Essay on the Natural Philosophy of Modern Biology*. New York, Alfred A. Knopf.

Reichenbach, Hans 1956. *The Direction of Time*. Berkeley, University of Los Angeles Press.

Ross, Sheldon 2009. *A First Course in Probability*. (8th ed.) Prentice Hall Press.

Salmon, Wesley C. 1993. Probabilistic Causality. In E. Sosa – M. Tooley (szerk.) *Causation*. Oxford, Oxford University Press. 137–153.

Strevens, Michael 1998. Inferring Probabilities From Symmetries. *Noûs*. 32. 231–246.

Strevens, Michael 2011. Probability out of Determinism. In C. Beisbart – S. Hartmann (szerk.) *Probabilities in Physics*. Oxford, Oxford University Press. 339–364.

Szabó Gábor 2013. *A valószínűség interpretációi*. Budapest, Typotex.