

TANÁCS JÁNOS

Megismeréstörténeti *kontra* modern matematikai szemlélet a Bolyai-féle párhuzamosság értelmezési küzdelmeiben

Válasz Győrfi Zoltán *Párhuzamos elnevezések* című bírálatára

Mivel a szerző halála a róla való hallgatás, ezért először megörültem a könyvemről (Tanács 2008a) a *Szemle* 2012/1. számában (141–156. oldalak) megjelent, Győrfi Zoltántól származó és megkésett-ként aposztrofált bírálatnak. Ám a végére elbizonytalanodtam: biztos, hogy Győrfi az én könyvemet olvasta és bírálja?

Győrfi Zoltán három számozott, plusz egy felvezető és egy „mellékesen feltároló” tézist azonosít konkrétan, illetve tulajdonít nekem (Győrfi 2012. 141–142). Ezen kívül azonban helyenként átfogó kritikát is megfogalmaz, amely egyrészt történetírási alapállásomat bírálja, másrészt a kompetenciámat vitatja.

I. A HORROR AEQUIDISTANTIAE TÖRTÉNETÍRÁSI NÉZET BÍRÁLATA

Kezdjük a legrövidebben elintézhetővel, amelyet Győrfi másodiknak jelöl (Győrfi 2012. 141). Győrfi a könyvhöz írott Tóth Imre-féle előszóából idézi a tézist:

A „paralela” ekvidisztáns értelemben való Bolyai János-féle szerepeltetése pedig, mint ahogy Tanács arra rámutat, megcáfolja azt a szakirodalomban elterjedt nézetet is, amely szerint a nem-euklideszi geometria megalapítása nem lett volna lehetséges a párhuzamos-fogalom ekvidisztancia-jelentésének előtérbe állításával (Tanács 2008a. 10; Győrfi 2012. 141).

Győrfi szerint nem beszélhetünk a standard nézet cáfolatáról. A világosság végett: ez a „bevett nézet” a felfedezéshez vezető történeti folyamatról alkotott nézet, ezt rekonstruálom alaposan, és tárgyalom behatóan könyvem teljes *Első részében* a 15–37. oldalakon, és mint ilyen, más, mint amit Bolyai *Appendixe* kapcsán Standard Nézetnek (Tanács 2008a. 41–67) nevezek. Bírálóm közvetlen ellenvetése:

A hiperbolikus geometria valóban nem jöhetett volna létre az euklideszi geometria hagyományos párhuzamosság fogalmában egyesülő két tartalmi elem: a *nem-metsző helyzet* és az *ekvidisztáns viszony* szétválasztása nélkül. Bolyainál és Lobacsevszkijnél világosan különválnak e két vonatkozás és az *ekvidisztancia*-jelentés nem kerül előtérbe. A standard nézet cáfolatáról tehát nem beszélhetünk (Gyórfi 2012. 142).

Egyrészt: nem azt állítottam, hogy a Bolyainál világosan szétváló két viszony cáfolna bármit is. Az *Appendix* Standard Nézetét azzal kívántam cáfolni, ami rekonstrukcióm szerint a *parallela* műbeli helye és értelme. A folyamat történetírási bevett nézetét pedig azzal, amit a Bolyai-féle *parallela* új értelme a nem-metsző és az ekvidisztáns egymással szembeni preferenciájáról mond a *felfedezhetőség történetére* vonatkoztatva, de szigorúan a *parallelával* való kapcsolatukban. Másrészt, az előbbin túl, nem azt állítottam, hogy Bolyainál *önmagában* az *ekvidisztancia*-jelentés kerül előtérbe a nem-metszővel szemben. Azt viszont állítom, hogy az ekvidisztáns értelmű *parallela* valóban centrális Bolyainál. Azt is állítanám, hogy az ekvidisztancia reláció *Lobacsevszkijhez képest* előtérbe kerül, ő ugyanis lényegében mellőzi (Tanács 2009. 550).

Nem vagyok biztos benne, hogy Gyórfi észrevette vagy szem előtt tartotta az *Appendix* standard nézete és a történeti folyamat bevett nézete közötti különbséget. A Tóth-féle fenti idézet ugyanis az utóbbira vonatkozik. A dolog lényege itt a következő: a parallela/párhuzamos története során versengő két jelentés-összetevő (nem-metsző és ekvidisztáns) közül Bolyainál a parallela↔ekvidisztáns kerül előtérbe a másik, a parallela↔nem-metsző rovására; Bolyai a parallela↔ekvidisztáns jelentésviszonyt tartja meg, és a parallela↔nem-metsző kapcsolatot adja fel nem-euklideszi fogalmi rendszerében. *Ez* a preferenciaviszony az, amivel valóban cáfolni szeretném azt a lappangó, de rekonstruálható nézetet, amelynek sugalmazása szerint a történeti folyamat során a *párhuzamos* és az *ekvidisztancia* fogalmi azonosítása vagy a *párhuzamos* nem-metsző jelentés-összetevőjével szembeni előnyben részesítése lehetetlenné teszi a Bolyai-féle nem-euklideszi geometria felfedezését.

A félreértés, meglátásom szerint, abból adódik, hogy Gyórfi figyelmen kívül hagyja a kapcsolódó állításom történeti jellegét. Az én kapcsolódó tézisem ugyanis egy szigorúan történeti tézis: a felfedezéshez vezető történet feszíti ki a háttérret. Arról beszélek, hogy milyen képest fest a szakirodalom *erről* a folyamatról, és milyen következményeket sugall ennek fényében a létrejövő rendszerekről. Gyórfi szerint „Tanács ezt a nézetet [t. i. amit fentebb idéztem, és amit Gyórfi másodiknak jelöl] kettőszázegy oldalas tanulmányában nem cáfolja meg azzal, hogy bemutatja: Bolyai parallel (ekvidisztáns) értelemben használja a kétvonalas jelet, és lám: mégis felfedezi a hiperbolikus geometriát”. Nos: a források nélkül 138 oldalas, ezen belül három részes könyv első teljes része, a 15–37. oldalak szólnak annak a történetírási nézetnek a rekonstrukciójáról, amit cáfolni

kívánok.¹ És ez köszönőviszonyban sincs azzal, amit Gyórfi nekem tulajdonít. Gyórfi szerint a probléma abból fakad, hogy sem én, sem Tóth Imre nem fogalmaztunk pontosan, és nem mondtuk meg, hogy „határozottan egyenesekről beszélünk” (Gyórfi 2012. 150–151). Szerintem viszont Gyórfi téves olvasata abból fakad, hogy – még ha nem is jut el kapcsolódó írásaimhoz (Tanács 2006, 2008b, 2009) – egyszerűen figyelmen kívül hagyja ezt a 22 oldalt, amelynek egyébként az alcíme teljesen világossá teszi a tézis történeti jellegét: *Horror aequidistantiae – avagy a 'párhuzamosok problémájának' történetétől a nem-euklideszi geometria történetírásáig* (Tanács 2008a. 17). Gyórfi szerint, ha „Tóth vagy Tanács pontosan fogalmaz, és a bevezetésben idézett fő tézisben határozottan *egyenesekről* beszél, akkor egyszerű matematikai belügy lenne azt bizonyítani, hogy egyenesekre vonatkozóan az *'ekvidisztancia=nem metszés'* alapú megközelítés lehetetlenné teszi a hiperbolikus geometria felfedezését” (Gyórfi 2012. 150–151). Azt, hogy mennyire inadekvát Gyórfi cáfolata, jól mutatja, hogy az iménti ellenvetésben elő sem kerül a *paralella*, illetve a *nem metszés* és az *ekvidisztancia paralella*-hoz való viszonya.

Gyórfi nem veszi észre, hogy én *nem önmagában a nem-metsző és az ekvidisztáns* egymáshoz való viszonyáról beszélek, hanem ezeknek a „párhuzamos” kifejezéshez való viszonyáról, és e viszonyok egymáshoz képesti rangsorának a felfedezhetőségben játszott szerepéről. Pedig ez még a tézisem történeti jellegének figyelmen kívül hagyása mellett is feltűnhetett volna Gyórfinek.

Tóth Imre kissé elliptikus írásmódja helyett célszerű lett volna, mondjuk, a kapcsolódó *Első rész* záró-összegző fejezetéből (fejezetcím: 2.2. *A nem-euklideszi geometria ekvidisztáns-alapú felfedezhetetlensége szemantikai tézise*, Tanács 2008a. 33.) közvetlenül tőlem idézni:

Mivel a „párhuzamosok problémája” történetileg a nem-euklideszi geometria felfedezéséhez vezető folyamat, ezért a „párhuzamosok problémájának” téves megoldásai, azaz azok, amelyekről a próbálkozók egytől egyig azt hitték, hogy a kérdésre adott kifogástalan és végérvényes válaszok, egyben a nem-euklideszi geometria felfedezésének potenciális, már csírájában elvetélt kísérletei. Ha a „párhuzamos” és az „ekvidisztáns” jelentésének valamifajta azonosítása, vagy a köztük lévő szemantikai kapcsolatnak a kísérletező számára a „párhuzamos–nem-metsző” viszonynál erősebbnek bizonyulása törvényszerűen vezet a „párhuzamosok problémájának” illuzórikus megoldásához, akkor indokolt, hogy olyan fogalmi hibának tekintsük, amely a nem-euklideszi geometriát felfedezhetetlenné teszi (Tanács 2008a. 34–35).

¹ Önálló, kibővített és bizonyos vonatkozásokban átdolgozott tanulmányként lásd még a könyv alapjául szolgáló 2005-ös értekezésemet követően írott munkát (Takács 2006).

Azt hiszem, világos, hogy nem azt állítottam – még abban a formában sem, amit a történeti bevett nézetnek tulajdonítok –, amit Győrfi nekem. Tulajdonképp több vonatkozási rendszerben is állítom, vagy állítanám a *párhuzamos* ekvidisztancia értelmének előnyben részesítését, vagy a Bolyai-féle ekvidisztáns értelmű *paralela* előtérbe állítását, csak pont abban nem, amit Győrfi nekem tulajdonít.

Annak megmutatása, hogy Győrfi a téves olvasatból fakadóan téves, vonatkozó állításaimat egyáltalán nem érintő, irreleváns ellenvetéseket tesz, nyilván kevés ahhoz, hogy azt állítsam: igenis cáfolom a történeti bevett nézetet. Ahhoz viszont elég, hogy világossá tegye: ellenvetései meg sem karcolják cáfolatom státuszát. Hogy véletlenül se tűnjön úgy, csípőből utasítok el minden kapcsolódó bírálatot, jelzem, hogy annak idején többek között elfogadtam egyik oponensem, Forrai Gábor kritikáját: ha már egyszer lappangónak minősítem a bevett történeti nézetet, akkor sokkal alaposabban és körültekintőbben kellene rekonstruálnom.

Később még alaposabban fogjuk látni, hogy nem az én fogalmazásmódom félreérthető, nehezen kibogozható, hanem Győrfi idézési és szövegértelmezési technikája problémás.

II. MATEMATIKAI MEGISMERÉSTÖRTÉNET: MÓDSZEREK, NORMÁK, KOMPETENCIÁK

A nekem tulajdonított első fő állítással Győrfi problémája az, hogy túl magabiztosan és túl gyorsan vonom le a következtetést: abból, hogy Bolyai az első paragrafusban nem használja a *párhuzamos* kifejezést, arra következtetek, hogy a szóban forgó passzus nem is tekinthető a párhuzamosság meghatározásának:

A magabiztos *Ergo* [t. i. a nekem tulajdonított első fő állításban] meglepő. Egy elnevezés használatának hiányából nem következik az, hogy az éppen definiált fogalom *elnevezése* [kiemelés az eredetiben – T. J.] akkor vagy később nem a hiányzó szó volt vagy lesz (Győrfi 2012. 141).

Nézzük először a dolog primer szintjét. Nyilván helyesebben jártam volna el, ha a könyvem ezen pontján óvatosabban fogalmazok, és csak annyit állítok, hogy innentől kezdve az *Appendix* Standard Nézetét illeti a bizonyítás terhe: nekik kell megmutatni, hogy Bolyai az első paragrafusban meghatározott relációra valóban a *paralela* szót használná. Kiegészíthettem volna azzal: *amíg* ezt a Standard Nézet nem teszi meg, *addig* joggal tekinthetjük úgy, hogy Bolyai bármit is definiál itt, az nem a Bolyai-féle nem-euklideszi párhuzamosság. Kapkodó magabiztosságom oka az volt, hogy ezen a ponton is tudtam: a Standard Nézet ezt nem fogja tudni megtenni, mert később a könyvben azt is megmutatom,

hol, hogyan és mire használja Bolyai valójában a *parallela* szót (Tanács 2008a. 127–133), teljesen ortogonálisan a Standard Nézetre.

A bíráló kibontakozó erősebb vádjai azonban mások. Az egyik a fogalom és a vele szembeállított, előbbiről leválasztott elnevezés/szó szemantikai viszonyára vonatkozik. Mivel ez a harmadik fő állítás kapcsán még előkerül, a bíráló központi elemévé és a kettőnk közötti felfogásbeli különbség esszenciájává válik, ezért később tárgyalom. A másik bírálati elem egyrészt az általam felvett történeti alapállást kritizálja, másrészt a modern matematika lényegi nem értésével vádol meg.

Bolyai, Lobacsevszkij és Gauss nagysága éppen abban áll, hogy a tudománytörténetben először próbálkoztak sikerrel a szokásos nevezetékten és a megszokott szemlélet feladásával. A geometria kapujára ma ezt kellene írunk: Aki nem képes az elnevezésektől szabadulni [...] az itt ne lépjen be. Tanács János számára fontosabbnak tűnik a 'parallela', mint elnevezés, és az ehhez az elnevezéshez kapcsolódó hagyományos szemlélet, mint a háttérben meghúzódó logikai tartalom (Gyórfi 2012. 147).

Itt tulajdonképp arról van szó, hogy nem értem a modern matematika működés-módját, annak formalista-konvencionalista vonását, vagy a Bolyai-féle geometria logikai tartalmát, nem léptem túl azon a szemléleten, amit éppen a Bolyai-féle felfedezés meghaladott; ezek elég erős állítások ahhoz, hogy kezdenem kelljen velük valamit. Hogy ne a dolog személyeskedő részére reagáljak, megmutatom, Gyórfi érvelésében mi a hiba.

Először is, Gyórfi érvelése körben forgó: előfeltételezi azt a modern matematikai szemléletet, amelyhez az eljuttatást – a történeti folyamatot lépéseivel együtt – magyarázni szeretnénk. Hiszen éppen Gyórfi mondja, hogy Bolyai, Lobacsevszkij és Gauss próbálkozásai az *első sikeres mozzanatok*. Ezek az egyén szintjén sikeres áttörések azonban semmit nem mondanak arról, hogy a matematikai közösségben mikorra vált sikeressé az újfajta viszonyulás a mindennapi matematikai gyakorlat szintjén. A művek 1830 körüli létrejöttétől, a nem-euklideszi eredmények 1860-as évek közepétől kezdődő érdemi vitatása hozzávetőleg a 19. század végére, de inkább a 20. század elejére tisztult le annyira, mint amely már megfelel Gyórfi felfogásának. Gyórfi egy 40–70 évvel későbbi állapotot előfeltételez, és használ fel Bolyai aktuális korabeli lépésének félreértelmezéséhez.

A nem-euklideszi geometriát övező viták, mint köztudott, egyetlen aspektusban sem hoztak instant áttörést. Mivel engem, a nemzetközi matematika- és tudománytörténet trendjeivel és szakmai standardjaival összhangban, a matematikai megismerés történeti dinamikája érdekel, ezért fontosnak kell tartanom az előzményeket: a hátteret, amely előtt a felfedezés megjelenik. Szakmám szerint rekonstruálnom kell, és némiképp behelyezkedni abba az állapotba vagy állapotsorozatba, amely a Bolyai-geometria előtt fennállt. Ez azonban nem je-

lenti azt, hogy nem értem a modern matematika működését. Annyit jelent, hogy nem előfeltételezhetem. A Mátyás rendeleteivel foglalkozó történész nem hiszi magát Mátyás királynak. Győrfi mondhatja azt, hogy őt a történeti aspektus, a történeti dinamika nem érdekli, de akkor nem matematikatörténetet művel. Bízom benne, hogy a *Magyar Filozófiai Szemle* olvasóközönsége számára – akik a filozófia történetének jelentős gondolkodóit a mi kortárs vitapartnerünknek is tekintik, de az illetők korabeli kortárs vitáinak értelmezésére fordított munkát is értelmes és legitim vállalkozásnak látják – nem az én alapállásom abszurd.

A helyzet ráadásul bonyolultabb annál, mintsem hogy a „hagyományos szemlélet *kontra* háttérben meghúzódó logikai tartalom” hamis dilemmájával jellemezni lehetne. A nem-euklideszi geometria felfedezéséig a geometria státuszába, a geometriai tér és a fizikai tér azonosságába, a geometriai igazság unicitásába vetett hit valóban monolit jellegű, és ezekre mondhatjuk, hogy a geometria hagyományos szemlélete. Én azonban ezekről egyáltalán nem beszélek, könyvemben sem, mert nem kell. Amiről beszélek, a párhuzamos két jelentés-összetevőjének magához a párhuzamoshoz való szemantikai viszonyai, és ezeknek a viszonyoknak a felfedezésre történő befolyása. Ezekről az elvileg és történetileg lehetséges szemantikai viszonyokról beszélek. A hagyományos szemlélet egyetlenszerűségével szemben azonban a történet mögé illő szemantika (a *párhuzamos* szóba jöhető szinonimitási viszonyai, az ezekkel kapcsolatos preferencia viszonyok vagy éppen neutralitásuk) nem monolit, és nem ad egyvágyú történetet. A történet, és ezért a legjobbként illeszkedni képes történeti magyarázatok csoportja egyetlen, de az elvileg szóba jöhető szemantikai keretek többesek: ezek kapcsán kérdés, hogy mely vagy melyek passzolnak a legjobban a történeti evidenciákhoz. De e többes jelleg miatt eszem ágában sincs úgy monoltnak látni a dolgot, ahogy a hagyományos szemlélet unicitása sugallja, és amelyet a geometriai igazságok korabeli felfogása kapcsán érvényesnek tartok.

A helyzet azért különösen paradox, mert az általam kritizált bevett történeti nézet sugallja azt, hogy a folyamatot úgy kell látnunk, mint amelyben a párhuzamosnak a nem-metsző komponense kitüntetett, mert aki nem ezt részesíti előnyben, az elbukik. Ez a legkevésbé sem formalista-konvencionalista lazaságú jel-jelölet, szó-fogalom viszonyt feltételez, miközben a bevett nézet is hajlik a modern matematika formalista-konvencionalista vonásait piederasztálra emelni. Ettől persze elvileg lehetne ez a történetileg adekvát helyzet, amely úgy festene, hogy a matematika történetének egy fontos és hosszú időszaka egy kitüntetett és szoros szinonimitási viszonytal írható le, de amely történeti folyamat belülről kitermelte azt az eredményt, amely aztán felszámolta saját kereteit és korlátait. Ezzel szemben éppen az én történeti eredményeim azok, amelyek a történeti folyamat egésze szintjén is jobban illeszkednek a Győrfi által implicitte magáévá tett és magasztalt formalista-konvencionalista gyakorlathoz. Az én eredményeim mondják azt, hogy a nem-euklideszi geometria felfedezhetősége szempontjából egyik jelentésviszony sem kitüntetett, a felfedezhetőség való-

ban neutrális a párhuzamos szinonimitási viszonyaira nézve: az, hogy egyesek a *paralela* szó/jel jelentésének egyik, mások pedig másik jelentését részesítik előnyben, *valóban* nem gátja a felfedezésnek. Hogy a felfedezők nem egyenként, hanem együtt tekintve éppen azt mutatják meg: már ebben a mozzanatban is igaz, hogy a *párhuzamos* bármelyik jelentés-összetevővel feltölthető, azaz történetileg is megvalósult, hogy a *paralela* a szóba jövő két aspiráns (ekvidisztáns, nem-metsző) közül bármelyik címkézésére használatos volt. Valahogy úgy, ahogy Győrfi az ingyom-bingyom, paszulyka és hasonló szavakkal kifejtett, modern matematikai szemantikai attitűdöt feltételező eszme-futtatásában látni szeretné (Győrfi 2012. 145–147). A Standard Nézet esszencialista felfogású képviselőire azonban ez biztos nem áll (Kline 1980. 83–84, Torretti 1978. 56). Ők ugyanis úgy trivializálják a dolgot, hogy „lényegében *természetesen* [kiemelés tőlem, T. J.] ugyanígy [azaz mint Lobacsevszkij, T. J.] határozza meg a párhuzamost Gauss és Bolyai is” (Kagan 1953. 122).

A történeti folyamat bevett nézete, kiegészülve az *Appendix* Standard Nézetével, sugallta azt, hogy a történeti értelemben vett euklideszi geometriából kibomló hiperbolikus geometriában a konzisztencia végett evidens, hogy a *párhuzamos* nem-metsző jelentését kell megtartani, és a *párhuzamos* esetleg lap-pangóan meglévő ekvidisztáns jelentését feladni. De éppen a trivializálásban tekintették mindig evidensnek, hogy ezek a kifejezések csak egyenesekre vonatkozhatnak. Semennyire nem sugallták azt a konvencionalista lazaságot, hogy a *párhuzamos* az egyenesekről is leszakítható. Ezzel az egy lépéses feladás-képpel szemben éppen az én eredményeim mutatják konvencionalista értelemben lazábbnak Bolyait, hiszen két dolgot is felad. Egyrészt feladja a *párhuzamos* nem-metsző jelentését, és azt, hogy a párhuzamos csak egyenesekre vonatkozhat. Ehelyett kiterjeszti „egyenesszerű”, azaz uniformis, önmagában eltolható vonalakra. Az én Bolyaim két nagy lépést tesz ott a *paralela* nem-euklidikus értelmében, ahol a bevett nézeté csak egyet, azt is triviálisat.

Bolyai művének vagy a Bolyai–Lobacsevszkij-féle geometriának a logikai tartalma lehet valóban egy, azaz unikális dolog. A matematikai tartalomra azonban ez nem igaz, legfeljebb akkor, ha a történeti különbségeket elmoszuk és redukáljuk az unikális logikai tartalomra. A matematikai tartalom különbségét pedig éppen az ekvidisztanciával kapcsolatos Bolyai és Lobacsevszkij-féle eltérő hozzáállásból érthetjük meg. Bolyainál ugyanis mindkettő, az először nem metsző reláció, valamint a paralela-ekvidisztáns viszony is centrális a műben (vö. a Győrfi által fentebb nekem tulajdonított állítással). Viszont nincs így Lobacsevszkijnél: nála az ekvidisztáns-reláció háttérbe szorul, alighogy felsejlik (Tanács 2009. 550). Nem szükségszerű úgy kifejtteni a hiperbolikus geometriát, hogy abban az ekvidisztáns reláció központi szerepet töltsön be. Ez azonban éppen megerősíti a Bolyainál betöltött helyi értékét: éppen innen lehet igazán megérteni annak a jelentőségét, hogy Bolyainál ez centrális viszony, és ezt ráadásul „paralelá”-nak hívja. Első körben matematikai tartalom az, ahogyan Bo-

lyai megformálta, és ha Bolyait akarjuk megérteni, akkor ragaszkodni kell ahhoz, hogy ő hogyan értette és milyen szerepet szánt a parallelának – ez pedig nem tűnik úgy bagatellizálhatónak, ahogy Győrfi szeretné.

Győrfi magyarázatai azonban nem csak történetietlenek, hanem rendre *ad hoc* jellegűek, amelyek aztán egymás mellé helyezve inkonzisztenssé teszik mondanóját.

Bolyai nem akart itt [t. i. a háromvonalas jel esetében – T. J.] semmiféle ismert kifejezést újrahasznosítani, mert modern matematikus lévén határozottan el akarta kerülni az esetleges, félrevezető és rejtett fogalmi utalásokat. Nyilván, mert tapasztalata szerint minden nyelvi kölcsönzés a szemantika zsákutcákból álló zsákfalujába vezet, legfőképp a vadonatúj fogalmak esetében. Sajnos a matematikán kívül tevékenykedők számára ez még ma sem teljesen világos (Győrfi 2012. 144).

De, teljesen világos. Csakhogy Győrfi állítása – azon most átlépve, hogy semmivel sem támasztja alá, amit Bolyainak tulajdonít – éppen a *parallela* kifejezés Bolyai-féle használata miatt nem áll meg. Erre a kifejezésre pont az igaz, hogy automatikusan hozza, hozta a történeti folyamatból fakadó asszociációkat, és Bolyai mégsem tekint el használatától, „újrahasznosítja”, ahogy azt művemben megmutattam (Tanács 2008a. 127–131). De nem kell a művemig elmenni, elég elolvasni Győrfi másik állítását egy bekezdéssel lejjebb:

Ugyanakkor az ekvidisztáns helyzetű, nem egyenes vonalú alakzatok esetére Bolyai megtartotta a *parallel* elnevezést, mert beletörődött a kétezer év alatt kialakult, kapcsolatos szemléletmódba (Győrfi 2012. 144).

Teljesen esetleges tehát, hogy Győrfinél minden további bizonyíték nélkül Bolyai mikor modern, jövőbe néző matematikus, aki elkerüli a kétezer év alatt kialakult szemléletmóddal terhelt kifejezések használatát, és „elég bátor egyáltalán el sem nevezni” a háromvonalas, először nem-metszési relációt (Győrfi 2012. 144), illetve mikor beletörődő, aki nem kerüli el a hagyományos szemlélettel erősen megterhelt kifejezések használatát. A logikai tartalom, a konzisztens gondolkodásmód nem csak a matematikai belügye, hanem minden valamirevaló – még a Győrfi által nem művelt megismeréstörténeti – magyarázat szívügye, hajtómotorja is.

Győrfi alaposan igyekszik elmagyarázni, hogy nem értem az *Appendix* matematikai tartalmát: pusztán filológusként olvasom, azaz olvasom a betűket és filológiailag formálisan a szavakat, de nem értem a szavak mögötti matematikai tartalmat. Először: „Tanács csak a paraciklusokat (horociklusokat/horiciklusokat) említette a \parallel jel *Appendix*beli használata dolgában.” (Győrfi 2012. 147.) Mint ha nem venném észre, hogy a reláció nem csak ekvidisztáns paraciklus-párok között áll fenn Bolyainál, hanem hiperciklus-egyenes vonalpárok viszonylatá-

ban is. Győrfi hosszasan levezeti, többek között az *Appendix 27.* paragrafusának elemzésével (Győrfi 2012. 147–148), hogy az *Appendix*ből hogyan olvasható ki az a kiterjesztett használat, ami a jel 22. paragrafusbeli bevezetésében még nincs benne. Majd a „geometriai tartalom nem ismeretében a filológus ezt a tényt a szóhasználatból olvashatja ki, ha van türelme” és a „geometriai tartalomtól függetlenül, a filológus figyelmét is felkeltheti” kiszólások után Győrfi a következőképpen foglalja össze nyomozását, mint amely helyesbítene azt, amit én nem veszek észre:

A kétvonalas jel *Appendix*beli további elemzése ugyanarra az eredményre vezet: Bolyai vagy horociklusok, vagy egyenes-ekvidisztáns párok között, de sohasem egyenes-egyenes párok között használja a \parallel jelet (Győrfi 2012. 149).

Jelentem, megértettem a matematikai tartalmat, azt is tudom olvasni. Nézzük meg, miért *nem* igaz, hogy „csak a paraciklusokat említem a \parallel jel *Appendix*beli használata dolgában”:

Bizonyos paraciklus-párok és bizonyos egyenes-hiperciklus párok azonban ilyen viszonyban vannak, azaz egymáshoz képest ekvidisztánsak – Bolyai éppen ennek a sajátos viszonynak a jelölésére használja a „paralellá”-t helyettesítő kétvonalas jelet. Érdeemes felfigyelni arra is, hogy a relációt az uniformis (önmagában eltolható) vonalfajtákon belül vonaltípustól függetlenül használja, azaz tekintet nélkül arra, hogy a paraciklus-paraciklus, vagy hiperciklus-egyenes vonalpárról van szó (Tanács 2008a. 133).

A kétvonalas jel műbeli használatának megfigyelésével lehetségessé vált a „paralella” értelmének, jelentésének rekonstrukciója. Ez arra vezetett, hogy Bolyai a „paralella” terminust „ekvidisztáns”, „egyenlőközzű” értelemben használja, és uniformis (önmagukban eltolható) vonalfajták (kör, egyenes, paraciklus, hiperciklus) között fennálló sajátos viszonyra alkalmazza (Tanács 2008a. 135).

Végeredményben Győrfi matematikai tartalomra hivatkozó érvelése, a kétvonalas jel *Appendix*beli előfordulásának általa kivitelezett vizsgálata (Győrfi 2012. 147–150) a paralella-ekvidisztáns vonatkozásában, azaz azzal kapcsolatban, hogy mire is referál Bolyainál a *paralella* terminus, semmi olyat nem mond, ami aláásná vagy gyengítené az én eredeti meglátásaimat. Nem ellenem érvel, hanem mellettem, mert segít elfogadottá tenni és átvinni a tudományos köztudatba munkám eredményeit.

III. FOGALMI KÜLÖNBSÉG-E AZ, AMI ELSŐRE ANNAK LÁTSZIK?

Ezek után ráfordulhatunk arra a kérdéskörre, ahol meglátásom szerint a valódi nézetkülönbség csúcsonul, és ahol reményeim szerint eredményeim másodszor is elnyerik igazi értelmüket. A dolog veleje az a kérdés, hogy a Bolyai- és Lobacsevszkij-féle nem-euklideszi rendszerek *paralela* terminusának jelentéskülönbségeit pusztán terminológiai eltérésnek lássuk-e, vagy ennél erősebb módon, fogalmi különbségként kell értelmeznünk? Ezzel összefüggésben már akkor is elégedett vagyok, ha eredményeim – helytállóságuktól függetlenül – tartalmas vitát tudnak generálni.

Nézzük, hogyan jutunk el a problémáig Győrfi szerint. A nekem tulajdonított hármas számú fő tézis Győrfi rekonstrukciójában két részből áll:

[...] a hiperbolikus geometriában mindketten [Bolyai és Lobacsevszkij] ugyanazokra a geometriai objektumokra használják a „párhuzamos” kifejezést vagy az adott nyelven neki megfeleltethetőt.

Továbbá:

[...] Bolyai és Lobacsevszkij egymástól lényegesen eltérő *fogalmi-terminológiai* rendszert alakított ki [...] (Győrfi 2012. 142).

Győrfi szerint az iménti „két állítás közül egyik sem igaz” (Győrfi 2012. 142). Csakhogy a két idézett állítás közül az egyik nem az enyém, és együtt nem is vállalnám őket. Amennyiben ugyanis a tézis második felében a párhuzamos kapcsán állítanám, hogy Bolyai és Lobacsevszkij eltérő fogalmi-terminológiai rendszert alakított ki, és hogy ugyanazt a kifejezést használják ugyanazokra a geometriai objektumokra, akkor biztosan inkonzisztens lennék. A helyzet az, hogy az idézetpár első részét nem én állítom, és nem is vallottam magaménak. A fenti tézis első, nekem tulajdonított fele ugyanis az általam rekonstruált Standard Nézet egyik változatáé, egészen pontosam az SN_L -nek nevezett változaté (Tanács 2008a. 51). Én, többek között, éppen ezt a nézetet igyekszem cáfolni művemben. Egyébként Győrfi részéről a teljes mondat idézése is világossá tette volna, hogy ez nem az én nézetem – a teljes mondat ráadásul egy ún. feltételes állítás:

Ha az *Appendix* első paragrafusának előbbi kivonata helyes, továbbá a Lobacsevszkij-féle párhuzamosok iménti körülírása helytálló, akkor a hiperbolikus geometriában mindketten [Bolyai és Lobacsevszkij] ugyanazokra a geometriai objektumokra használják a „párhuzamos” kifejezést vagy az adott nyelven neki megfeleltethetőt (Tanács 2008a. 51).

Ezt a mondatot pedig így vezetem fel:

A bevett nézet ily módon megragadható álláspontváltozatait összefoglalóan a *Standard Nézet_L* névvel és az SN_L rövidítéssel jelölhetjük.

A nekem tulajdonított hármask számú fő állítás másik felét azonban vállalom. Gyórfi értelmezése szerint, mivel a 'fogalmi-terminológiai' kapcsolatot így, gyakorta egy kötőjeles összetételben használom, ezért nyilván egyenlőségjelet teszek a két dolog közé: „Tanács egyenlőségjelet tesz egy matematikai elmélet *fogalmi és terminológiai* rendszere közé. Mi más bizonyít a két szó (*fogalmi, terminológiai*) kötőjeles egybekapcsolása (Gyórfi 2012. 143).”

Én „és” kapcsolatra gondoltam eredetileg, mondjuk a keresztény-konzervatív mintájára. Elfogadom azonban, hogy a könyvben nem bontom ki alaposan a dolgot. Annak idején Forrai Gábor értő opponensi kérdései is részben erre a kérdéskörre irányultak. Arra alapozva, hogy ez az eredményeim által megismerés-történetileg felvethető igazán fajsúlyos kérdés, az alábbiakban egy részletesebb választ adok, függetlenül attól, hogy ezt a könyvem nem foglalja magában.

Gyórfi amellett érvel, hogy Bolyai és Lobacsevszkij párhuzamosság-fogalma között (szemben azzal, amit én képviselek), nincs különbség. Mivel nem ad meg (ahogy persze én sem) általános definíciót azzal kapcsolatban, hogy mit tekintünk fogalmi különbségnek, ezért érveléséből fogom kibontani. Elismeri, hogy „Lobacsevszkij (...) a párhuzamos/parallel szót használja az új fogalom, a nem metsző értelemben vett párhuzamosság jelölésére” (Gyórfi 2012. 151). Bolyai pedig „nem nevezi el a nem metsző értelemben vett párhuzamosságot és a parallel szót tartja meg a (hiperbolikus geometriában nem egyenesek közötti, egyenlőközűség/ekvidisztancia) „parallelizmus” jelölésére” (Gyórfi 2012. 151).

Érdemes rögzíteni, hogy a probléma, a magyarázandó jelenség abból fakad, hogy Bolyai és Lobacsevszkij másra vonatkoztatják a parallel/párhuzamos kifejezést. Ha nem vonatkoztatnák másra, akkor én sem mondanám, hogy fogalmi különbség van a kifejezések között. Az „apa” és a „ló” fogalmi közötti különbség éppen abban nyilvánul meg, hogy más dolgokra vonatkoznak, mások tartoznak a kifejezések terjedelmébe. Hasonló a helyzet a többértelmű kifejezésekkel: azért tartjuk a „villa” szót több jelentésűnek, és e jelentéseikben fogalmilag különbözőnek, mert végeredményben különböző dolgokra (evőeszközökre vagy nyári lakokra) vonatkoztatjuk őket. Első lépésben tehát a Bolyai-féle parallel és a Lobacsevszkij-féle parallel is fogalmilag különbözőnek látszik. Innentől kezdve azt kell megmagyarázni, miért *nem* fogalmilag különböző az, ami annak látszik: a fogalmi különbség helyzeti előnyben van, hiszen *elutasítása* kíván további magyarázatot. A szokásos ilyen jellegű válasz az, hogy számtalanszor derül ki: a másik M nyelvhasználó adott t kifejezése pont ugyanarra a dologra vonatkozik, mint amire a mi τ kifejezésünk. Az ilyen egyezések alapján pedig hajlamo-

sak vagyunk azt mondani: függetlenül attól, hogy a nyelvhasználók más jeleket használnak ugyanazokra a dologra, a lényeg, hogy ugyanazokra a dolgokra vonatkoztatják, következésképpen a t és τ fogalmilag egyeznek, azonosak. Még bonyolultabb a helyzet, ha t és τ mindkét nyelvnek része, de mindkettőben másra vonatkoznak: a másik L_M nyelvének t_M kifejezése A_I -ik halmazára vonatkozik, míg τ_M kifejezése B_J -ék halmazára (ahol az egyszerűség kedvéért most a két halmaznak ne legyen közös eleme), miközben a mi L_S nyelvünk t_S kifejezése a B_J -ik halmazára vonatkozik, és τ_S kifejezése az A_I -ik halmazára. Ilyenkor merül fel, hogy a kifejezéseket leválásszuk azokról, amikre vonatkoznak, illetve, hogy a t_M - τ_S , valamint t_S - τ_M kifejezéspárok referenciáinak/extenzióinak megfeleltethetősége miatt a másik által máshogy hivatkozott dolgok *újracímkezhetőek* a mi kifejezéseinkkel. Mivel azonban már nem lehet egyszerűen t -re és τ -ra hivatkozni (amelyek a fogalmi egyezés esetei volnának), előáll egy sajátos 'té' értelemben vett 'tau' és 'tau' értelemben vett 'tē' beszédmód annak rövidítésétől és kezelésétől, hogy a másik nyelvét a fogalmi különbség ellenére a mienkre lefordítsuk. Éppen erre kényszerül Győrfi is: „Hasonlítsuk most össze a két kutató, Bolyai és Lobacsevszkij által adott definíciót a nem-metsző értelemben vett párhuzamosság fogalmának bevezetésekor.”

A „nem metsző értelemben vett párhuzamosság” azonban nem Bolyai, hanem Győrfi nyelvének a része, utóbbi pedig éppen az imént tette le amellet a vokst, hogy Bolyainál a párhuzamosságot ekvidisztancia értelemben kell vennünk. Az pedig egyáltalán nem nyilvánvaló, hogy Bolyai János a konvencionalista lazaságával kezelné a „parallel” címkét, és megengedné leszakítását az ekvidisztanciáról, majd áthelyezését az először nem metszőre. Arra, hogy ezt lépést meg lehet tenni, mert erősen feltételezhető vagy ténylegesen tudható, hogy Bolyai jóváhagyná, Győrfi semmilyen történeti bizonyítékot nem hoz. Ezért történeti alapon azt tudjuk, hogy Bolyai hogyan, milyen értelemben használja a parallelát, azaz mi a Bolyai-féle parallela. Arra viszont nincs indokunk, amit Győrfi Bolyai-féle parallelaként, Bolyai-féle párhuzamosságként szeretne látni. Ráadásul, ahogy az értekezésemben hosszabban is foglalkoztam vele, a Bolyairól kialakult és általam is alátámasztott kép az, hogy roppantul megfontolt és gondos volt a nyelvi és jelölési megformálás dolgában, különösen az *Appendix* publikálásakor (Tanács 2008a. 113–116). Ebből fakadóan Bolyai választása messze nem tekinthető esetlegesnek. Ezért hiába idézi és hasonlítja össze Győrfi a Lobacsevszkij-féle határhelyzetű nem-metszőként értett parallelt a Bolyai-féle először nem metsző meghatározásával (Győrfi 2012. 151–54), mert ettől az utóbbi nem lesz a Bolyai-féle párhuzamos. A Bolyai-féle párhuzamosság az, amit Bolyai értett rajta, és egyelőre nincs alapunk másnak látni.

Nézzük, mit tekintenek terminológiai különbségnek. A fenti, t és τ kapcsán vizsgált nyelvhasználattal összefüggésben képzeljük el a következő helyzetet. Tegyük fel, hogy t és τ kifejezések kapcsán egy konkrét T_0 időpillanatban érintkezik először a két nyelv, és ekkor válik kérdésessé, hogy t_M , t_S , τ_M , és τ_S

mire vonatkoznak. Elfogadhatónak tartom, hogy miután t_M és τ_S , valamint t_S és τ_M vonatkozásainak egyezéseit azonosítottuk, pusztán terminológiaiak tekintésük a különbséget, és teljesen új szavakkal újracímkezzük a dolgokat, vagy megállapodjunk benne, hogy az egyik vagy másik nyelv címkeit tartjuk meg az egységesség végett. Tegyük fel, hogy t_M és τ_S egyezéseit találtuk referenciáikban/extenzióikban, ezért helyettük bevezetjük az u kifejezést. Hasonlóan: mivel t_S és τ_M egyezéseit találtuk referenciáikban/extenzióikban, ezért helyettük bevezetjük a v kifejezést. Ekkor u tekintetében terminológiai és fogalmi azonosság állna fenn, ahogy v tekintetében is, abban az értelemben, ahogy Gyórfi gondolja. Tegyük fel, hogy T_0 -tól kezdve egy időben és térben behatárolt módon, mondjuk egészen a jelen pillanatig (T_j) azt találjuk, hogy mindkét nyelv u kifejezése ugyanazokra az esetleg gyarapodó számú A_i dolgokra, valamint mindkét nyelv v kifejezése ugyanazokra az esetleg gyarapodó számú B_j dolgokra vonatkozik. Bármilyen nagy legyen is az A_i -k vagy B_j -k száma, kiegészítve esetleg a nyelvhasználat azon eseteinek számával, amelyek arról szólnak, hogy valamit *nem* A_i -ként vagy *nem* B_j -ként azonosítunk, mindenképpen véges mennyiségű eset lesz mögöttünk, amely u vagy v fogalmi (nyelven kívüli vonatkozásaikban megmutatkozó) egyezését mutatja. Semmi nem garantálja, hogy u vagy v további, végtelenített használata nem fog divergálni, azaz, hogy a vonatkozások eddigi egybeesése nem kontingens. Vegyük észre, hogy u különböző nyelvhasználók esetében mutatkozó fogalmi azonosságát a nyelvhasználati vonatkozások egyezésével, ezek magas vagy gyarapodó számával lehetne indokolni, de nincs olyan további kritérium, ami segítené az empirikus indukciónak a véges számú egyezéstől a végtelenített jövőbeli használatra ugrással létrejövő szakadékot áthidalni. A Gyórfi érvelése mögött megbújó felfogás számára tehát az érme másik oldalaként a fogalmi különbség azonosítására a szóban forgó u -val vagy v -vel kapcsolatban az mutatkozik eszköznek, ha u használata az egyes nyelvhasználók számára egy adott $T_j > T_j$ -től elkezdi divergens lenni, azaz elkezdi különböző dolgokra vonatkoztatni saját nyelvük azon u -kifejezéseit, amely kapcsán egyszer már egyetértettek a fogalmi azonosságban. Az ilyen divergens, eltérő vonatkozásokban megmutatkozó használatot kellene az addig fennálló kontingencia megszűnésének jeleként látni, a fogalmi egyezést pedig az adott pillanatig fennálló látszólagos egyezésnek átminősíteni. Ebből az következik, hogy a Gyórfi által magáévá tett implicit szemantika talaján időbeli dinamikája alapján lehet a fogalmi különbséget azonosítani: fogalmi különbségről beszélhetünk, ha egy ideig fogalmilag azonosnak, egyező jelentésűnek hitt kifejezések használata divergenssé válik, és a nyelvhasználók különböző dolgokra kezdik vonatkoztatni.

Nyilván nehéz olyan nyelvhasználati eseteket és időszakokat mutatni, amikor egy adott u kifejezés kapcsán valamennyire is jól dokumentált, hogy az egyes nyelvhasználók az adott körülmények között ugyanazt értik rajta, ugyanazon dolgokra vonatkoztatják. Még nehezebb olyan esetet mutatni, amikor előbb egy adott kifejezés kapcsán alapvető konszenzus van a nyelvhasználók között egy adott ki-

fejezés referenciáiban/extenziójában, majd ez az egyezés adott pillanatban megszűnik, és a kifejezés használata divergenssé válik. A Bolyai–Lobacsevszkij-féle nem-euklideszi geometriára kifutó előtörténet, a „párhuzamosok problémájának” története éppen attól különleges, hogy egyrészt meglehetősen jól dokumentált a „párhuzamos” kifejezés jelentésével, jelentés-összetevőivel kapcsolatos nyelvhasználati viszonyulás. Ez alapján az a kép rajzolható, hogy a „párhuzamosok problémájának” történetét azt a törekvés hatja át, hogy a „párhuzamos” nem-metsző és ekvidisztáns jelentés-komponensei közötti fogalmi hézagot rövidebbre zárják, azaz megmutassák, hogy minden nem metsző egyenes egyúttal ekvidisztáns is. Ez azok törekvéseire is igaz, akik számára a „párhuzamos” kifejezés nem-metsző értelme elsődleges, alapvetőbb, preferáltabb. Az ún. ekvidisztáns-elméleti megközelítések jellemzője pedig az, hogy ezek helyből a „párhuzamos” ekvidisztáns komponensét állítják előtérbe, és miután a „párhuzamos egyeneseket” helyből ekvidisztáns egyenesekként értelmezik, a történeti (tehát nem modern matematikai-logikai) értelemben vett euklideszi geometria kebelében a kifejezést automatikusan a nem metsző egyenesekre is vonatkoztatják. Absztrakt módon úgy láthatjuk, hogy a p -kifejezés kapcsán két további kifejezés vetélkedik: egyesek számára a p -kifejezés elsődlegesen n -értelemmel bír, mások számára elsődlegesen e -értelemmel, de abban egyetértenének, hogy végeredményben az n -kifejezés és az e -kifejezés is ugyanazokra a dolgokra vonatkozik. A Bolyai–Lobacsevszkij-féle nem-euklideszi geometria, egészen Bolyai–Lobacsevszkij-féle hiperbolikus geometria megjelenéséig nem csupán evidencia nem volt rá, hogy a nem-metsző és az ekvidisztáns nem ugyanazokra vonatkozik, hanem igazából a kérdés sem merült fel, hogy vonatkozhatnak-e különböző dolgokra. A Bolyai–Lobacsevszkij-féle hiperbolikus geometria létrejöttével válik nyilvánvalóvá, de mintegy a semmiből, hogy a p -kifejezés n -értelemben és e -értelemben elvileg sem tartható meg együtt a két geometriában: az euklidesziben és a hiperbolikusban. A Bolyai–Lobacsevszkij-féle nem-euklideszi geometria felfedezését követően a történeti értelemben vett euklideszi geometria csupán egy logikai esetté válik, amely együtt létezik immár a hiperbolikus geometriával. Ebben a logikai értelemben vett euklideszi geometriában továbbra is igaz, hogy az n -értelmű p -kifejezés és az e -értelmű p -kifejezés ugyanazokra a dolgokra vonatkozik, ezért mindegy is, hogy melyik felől kezdünk, az fog kiderülni, hogy e geometrián belül extenzióik megegyeznek. Nem ez a helyzet azonban a hiperbolikus geometriával: mivel itt elvileg sem vonatkozhatnak ugyanazokra a dolgokra, megtartván azt a feltételezést, hogy ezek a dolgok egyenesek, ezért a felfedezőik választás elé kerülnek: a p -kifejezés n -értelmét vagy e -értelmét tartják meg a másik rovására. Ha mindketten önkéntelenül, de esetleg valamilyen szempont szerint, a p -kifejezés ugyanazon értelmét tartanák meg, akkor megmaradna fogalmi és terminológiai azonosság kettőjük nyelvhasználatában. Mivel azonban eredményeim szerint Lobacsevszkij a p -kifejezés n -értelmét tartja meg, azt specifikálja tovább, míg Bolyai az e -értelmét tartja meg úgy, hogy közben feladja, hogy ez egyenesekre vonatkozik, de egyenesszerű tulajdon-

ságokkal is rendelkező paraciklusokra vagy hiperciklusokra vonatkoztatja (ha azok bizonyos relációban vannak), ezért a p -kifejezés tekintetében pont az a különbség áll elő, amit fentebb a fogalmi különbség kritériumaként megfogalmaztunk.

Összefoglalva a fogalmi különbséggel kapcsolatos álláspontomat: két erős érv is van arra, hogy a *parallela* jelentésében Bolyai és Lobacsevszkij között mutatkozó különbséget fogalmiként lássuk. Az egyik, hogy amennyiben konkrétan a *parallela* jelentéséről beszélünk, akkor a fogalmi különbségre elsőként adott feltétel szerinti esettel találjuk szembe magunkat: ugyanazt a *parallela* kifejezést másra (nem metsző egyenesek *versus* ekvidisztáns uniformis vonalpárok) vonatkoztatják. Ezt nevezhetjük a fogalmi különbség statikus kritériumának. A másik érv pedig azzal kapcsolatos, amit a fogalmi különbség dinamikus azonosítási feltételének nevezhetünk: két egymást követő időszakban az egyes nyelvhasználók előbb egy adott kifejezést azonos jelentésűnek vélnek, amely vélelmüket arra alapozzák, hogy a kifejezések ugyanazokra a dolgokra vonatkoznak, számukra a kifejezések „vonatkoztatási használatában” egyöntetűség áll fenn, majd egy következő szakaszban a kifejezések ezen vonatkozásai divergenssé válnak, és a fogalmi különbségnek megfelelő különböző extenziókban/refenciákban realizálódnak. Álláspontom szerint a „párhuzamosok történetének” egész folyamatát figyelembe véve pontosan ezt látjuk. A fogalmi különbség dinamikus azonosítási feltétele képes elhárítani azokat a mentési kísérleteket, amelyekkel a fogalmi különbség statikus azonosítási feltételei szerinti eseteket szó-kás kimagyarázni.

IV. ÖSSZEFOGLALÁS

Végezetül röviden összefoglalnám, hogy látom én kettőnk vitáját, illetve Győrfi érveit és bírálatát. A három konkrét nekem tulajdonított tézis közül a Győrfi számozása szerinti első, ami óvatosabb fogalmazásra int, az általam a könyvben a továbbiakban felsorakoztatott bőséges mennyiségű bizonyíték fényében teljesen partikulárisnak tűnik. Győrfinek az első tézis kapcsán kibomló átfogó, módszertani alapállásomat érintő kritikája pedig inadekvát. Részint, mert szemléletmódjában a modern matematikatörténeti normák szerint alapvetőentörténetetlen, részint mert jószerevével nélkülözi a történeti evidenciákra és forrásokra alapozó okfejtést.

A második hozzám kapcsolt állítás a „párhuzamosok problémájának” történeti folyamata kapcsán kialakult bevett nézet szemantikai implikációival lenne kapcsolatos *eredeti formájában*. Győrfi azonban Tóth Imre elliptikus fogalmazásából indult ki ahelyett, hogy az általam többször is megfogalmazott tézis valamelyik változatát tartotta volna szem előtt. Ennek eredményeként olyan mértékű félreértelmezés állt elő, amely miatt ellenvetései egyáltalán nem érintik eredeti állításomat, és nem képesek aláásni cáfolatom státuszát.

Végül a nekem tulajdonított harmadik fő állítás kapcsán az idézett állítás-pár egyik felét elhárítottam, szövegszerűen megmutatva, hogy miért nem valom, ahogy a bírált műben sem vallottam magaménak az általam is cáfolni kívánt Standard Nézet álláspontját. Az állítás-pár másik tagjával kapcsolatban azonban előremutató kritikaként értelmezem a kérdést, hogy miért indokolt nem pusztán terminológiai különbségnek látni a Bolyai-féle és a Lobacsevszkij-féle *parallela* jelentéseiben mutatkozó különbséget. Győrfi bírálatának számomra legfontosabb érdeme, hogy rákényszerített ennek végiggondolására, álláspontom világosabb megfogalmazására. Mivel eredményeim egyik legfontosabb hozadékának ennek a kérdésnek a felvetését és felvethetőségét látom, ezért számomra a vita ott kezdődik, ahol Győrfi sebtiben lezárni kívánja (Győrfi 2012. 155). Ebből fakad, hogy örülök, ha a terminológiai *kontra* fogalmi különbséggel kapcsolatos vita tovább folytatódik, és az immár világosan megfogalmazott két érvem – két kritériumom – vita tárgyát képezi.

A dolgozat elkészítését az OTKA K19648. számú pályázata támogatta. Köszönettel tartozom Margitay Tihamérnak átfogó megjegyzéseiért, valamint Pintér Dániel Gergőnek és Szabó Krisztinának az érvelés erősítését célzó javaslataikért.

IRODALOM

- Győrfi Zoltán 2012. Párhuzamos elnevezések. Tanács János *Ami hiányzik Bolyai János Appendixéből – és ami nem* című munkájának megkésett bírálat. *Magyar Filozófia Szemle* 56/1. 141–156.
- Kagan, Veniamin Fedorovich 1953. A nem-euklideszi geometria felépítése Lobacsevszkijnél, Gaussnál és Bolyainál. Ford. Cseke Vilmos. In Fodor Ernő (szerk.) *Bolyai János élete és műve*. Bukarest, Állami Tudományos Könyvkiadó. 97–169.
- Kline, Morris 1980. *Mathematics. The Loss of Certainty*. New York, Oxford University Press.
- Tanács János 2006. Van-e a felfedezhetőségnek szemantikája – avagy felfedezhető-e ekvidisztáns-elméleti alapon a Bolyai-féle nem-euklideszi geometria? In Binzberger Viktor – Fehér Márta – Zemplén Gábor (szerk.) *Értelem és történelem – a tudománytörténet és tudományfilozófia kapcsolata*. Budapest, L'Harmattan Kiadó. 215–239.
- Tanács János 2008a. *Ami hiányzik Bolyai János Appendixéből – és ami nem*. A Bolyai-féle „*parallela*” rekonstrukciója. Budapest, L'Harmattan.
- Tanács János 2008b. Fogalomelterelés. A Bolyai János-féle „Észrevételek” mint a nem-euklideszi geometria Bolyai- és Lobacsevszkij-féle fogalmi rendszerének összetételalkozását dokumentáló forrás. In Gervain Judit – Pléh Csaba (szerk.) *Láthatatlan nyelv (tanulmánykötet a Láthatatlan Kollégium diákjainak és tanárainak munkáiból)*. Budapest, Gondolat Kiadó, 260–279.
- Tanács János 2009. Grasping the Conceptual Difference Between János Bolyai's and Lobachevskii's Notion of Non-Euclidean Parallelism. *Archive for History of Exact Sciences* 63/5. 537–552.
- Torretti, Roberto 1978. *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*. Dordrecht, D. Reidel Publishing Company.