Csáji Balázs Csanád – Rédei Miklós

A racionális demokratikus véleményösszegzés korlátairól

I. Bevezetés

A társadalmi választások elméletének *(social choice theory)* egyik alapkérdése, hogy az egyéni vélemények ismeretében hogyan lehet „igazságosan" kollektív döntést hozni. Az utóbbi néhány évben egy érdekes, új kutatási irány bontakozott ki, amelynek középpontjában a kollektív döntések igazságosságán kívül ezek „racionalitása" áll. Ez az új kutatási terület „véleményösszegzés" *(judgement aggregation)* néven vált ismertté. A kutatások megindulásához a döntő lökést Christian List és Philip Pettit *Aggregating Sets of Judgements: An Impossibility Result* című tanulmánya adta (List–Pettit 2002). A jelen dolgozat célja List és Pettit alapvető – a racionális kollektív döntések lehetetlenségére vonatkozó – eredményének bemutatása.

A kollektív véleményalkotással kapcsolatos egyik első formális eredmény May nevéhez fűződik, aki megmutatta, hogy ha individuumok egy csoportjának két alternatíva közül kell választania, akkor a *többségi szavazás* az egyetlen olyan véleményösszegző eljárás, amely teljesít néhány természetesnek tűnő feltételt: az univerzális értelmezési tartomány, anonimitás, neutralitás (vagy dualitás) és a monotonitás feltételeit (May 1952). Sajnos, a többségi szavazás eme szép tulajdonsága nem marad meg már három lehetséges alternatíva esetén sem. A *Condorcet-paradoxon* példája mutatja, hogy ha három alternatíva sorrendjének eldöntése a cél, akkor a lehetőségekre való páronkénti többségi szavazás nem megfelelő rendezéseket eredményezhet. Általánosan Arrow bizonyította be, hogy ha individuumok egy csoportjának kettőnél több alternatíva között kell *preferencia-rendezésben* megállapodnia, akkor nem létezik olyan *társadalmi jóléti függvény (social welfare function)*, amely teljesíti az ilyen függvényektől minimálisan megkövetelt feltételeket, amelyek: univerzális értelmezési tartomány, gyenge Pareto-elv, függetlenség a lényegtelen alternatíváktól és diktátor-mentesség (Arrow 1951). Ennek oka, hogy preferencia-körök keletkezhetnek az összegzett preferencia-rendezésben. Érdekességként jegyezzük meg, hogy Kemény János (akinek a nevéhez a BASIC programozási nyelv megalkotása is fűződik) kidolgozott egy szabályt *(Kemeny rule)*, amelynek segítségével – bizonyos feltételek mellett – el lehet kerülni a nemkívánatos preferencia-körök kialakulását a többségi döntések megalkotásánál (Kemeny 1959). List és Pettit most bemutatandó „no-go" tétele nem következménye az Arrow-tételnek, sokkal inkább lehetséges általánosítása annak, noha a két tétel közötti logikai kapcsolat ennél összetettebb; ezt a kapcsolatot List és Pettit dolgozata elemzi részletesen (List–Pettit 2004).

List és Pettit eredményei közvetlen elődjének az 1980-as években jogászok és közgazdászok által felfedezett *diszkurzív dilemma (discursive dilemma)* vagy más néven *doktrinális paradoxon (doctrinal paradox)* jelenséget tekinthetjük (Kornhauser–Sager 1986, Kornhauser 1992). A doktrinális paradoxon az a jelenség, hogy amennyiben logikailag nem független kijelentésekről el kell dönteni, hogy közülük melyek igazak, és ezt a döntést az egyes kijelentésekre vonatkozó demokratikus többségi szavazással hozzuk meg, akkor előfordulhat, hogy a többségi szavazással hozott döntés eredményeképpen kialakult értékelése a kijelentéseknek sérti a kijelentések között fennálló logikai kapcsolatokat. A jelenség ily módon a többségi szavazásra alapozott demokratikus döntési mechanizmus irracionalitását mutatja. List és Pettit azt mutatták meg, hogy a szokásos többségi szavazásnak ez a racionalitást sértő tulajdonsága általános: izoláltak olyan tulajdonságokat, melyeket *bármely* demokratikus véleményösszegző mechanizmustól természetesnek látszik elvárni, és megmutatták, hogy *nem létezik* ezen tulajdonságokkal rendelkező véleményösszegző eljárás.

A tanulmány felépítése a következő. A II. fejezetben először áttekintjük a May- és az Arrow-tételeket a Condorcet-paradoxonnal együtt. Ezután a III. fejezetben ismertetjük a bíró-paradoxont, majd a IV. fejezetben pontosan definiáljuk azokat a feltételeket, melyekről úgy gondoljuk, hogy egy demokratikus véleményösszegző mechanizmustól elvárhatóak, valamint kimondjuk a List–Pettit tételt. Az V. fejezetben röviden érzékeltetjük a tétel bizonyításának gondolatát. A VI. fejezetben azt vizsgáljuk meg, hogy gyengíthetőek-e a List–Pettit tétel feltételei. A VII. fejezet a tétel jelentőségét vizsgálja, például kapcsolatát az Arrow-tétellel és a liberális-paradoxonnal, végül a VIII. fejezetben néhány záró gondolatot fogalmazunk meg.

II. KLASSZIKUS EREDMÉNYEK

Mielőtt rátérnénk a List–Pettit tétel részletes ismertetésére, áttekintünk néhány fontosabb klasszikus eredményt a társadalmi választások elméletéből. Minden most bemutatandó tétel és eredmény a következő alapszituációból indul ki: adott a lehetséges választások X halmaza, amelyet egységesen *napirendnek* nevezünk. Adott továbbá $n \geq 2$ szavazó, akik az X-beli lehetőségekkel kapcsolatban kívánnak megegyezésre jutni. A szavazók halmazát N jelöli. Az i-edik szavazó véleményét a Φ_i struktúra (pl. halmaz) írja le, az összes egyén véleményét pedig az $\Phi = \langle \Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_n \rangle$ vélemény-profil tartalmazza. A most következő modellekben feltesszük, hogy a döntésben részt vevő individuumok preferenciái ismertek, és ezek ismeretében kell „igazságos” kollektív döntést hozni. Az egyéni vélemények – azaz a Φ – ismeretében a szavazás végeredményét megadó függvényt F jelöli. A fejezetben először a May-tételt mutatjuk be, majd a Condorcet-paradoxon és végül az Arrow-tétel kerül sorra.

1. A May-tétel

May klasszikus eredménye (May 1952) szerint ha csak két alternatíva közül kell választani (tehát $|X| = 2$, ahol „$|\cdot|$” halmazszámosságot jelöl), akkor kizárólag az egyszerű többségi szavazás típusú szavazat-összesítő eljárások azok, amelyek kielégítenek néhány olyan alapfeltételt, amelyeket szükségesnek látszik minden „igazságos” véleményösszegző eljárástól megkövetelni.

Ebben a modellben minden egyén egyetlen elemét választja ki X-nek, így a szavazat-összesítő függvény F: $\mathcal{D}_F \rightarrow X$ alakú, ahol $\mathcal{D}_F \subseteq X^n$. Az F-től megkövetelt „igazságossági feltételek” a következők:

Univerzalitás: A szavazat-összegző függvénynek az összes lehetséges bemenetre tudnia kell eredményt adni, azaz az értelmezési tartománya $\mathcal{D}_F = X^n$.

Anonimitás: minden egyén szavazata egyenlő súllyal kerül elbírálásra, tehát a szavazat-összegzés invariáns a szavazók sorrendjének felcserélésére. Formálisan, ha σ: $N \rightarrow N$ az egyének egy permutációja, $\Phi_i \in X$ jelöli az i-edik individuum szavazatát, akkor minden Φ-re teljesülnie kell, hogy

$$F(\langle\Phi_1,\Phi_2,\ldots,\Phi_n\rangle) = F(\langle\Phi_{\sigma(1)}, \Phi_{\sigma(2)},\ldots,\Phi_{\sigma(n)}\rangle).$$

Semlegesség: Ha az összes egyén szavazatát megcseréljük (ha mindenki a másik alternatívát választja mint eddig), akkor a szavazat-összegzés kimeneteként kapott eredmény is felcserélődik. Tehát, a szavazás összesítéséhez használt függvény semleges a lehetőségeket illetően. Pontosabban megfogalmazva, legyen $X = \{x,y\}$ és jelölje „$\sim$” a másik alternatívát, tehát $\sim x = y$ és $\sim y = x$. Ekkor teljesülnie kell, hogy

$$F(\langle\sim \Phi_1,\sim \Phi_2,\ldots,\sim \Phi_n\rangle) = \sim F(\langle\Phi_1\Phi_2,\ldots,\Phi_n\rangle),$$

minden Φ-re. Ezen feltétel alól van egy kivétel, amikor n páros és a két alternatíva pontosan ugyanannyi szavazatot kapott. Ebben az esetben az egyik alternatíva javára kell eldönteni a szavazást, s ekkor szigorú értelemben nem lesz semleges a szavazat-összegző függvény. Ha egy állítás és a negáltja szerepel a napirendben, akkor társadalomfilozófiai alapokon lehet amellett érvelni, hogy a negált állítás legyen a preferált eredmény (List–Pettit 2002).

Monotonitás: Tegyük fel, hogy a szavazat-összegzés eredménye $x \in X$. Ekkor akárhány y szavazatot is cserélünk ki még x-re, az eredmény nem fog megváltozni. Formálisan, ha $F(\langle\Phi_1,\Phi_2,\ldots,\Phi_n\rangle) = x$, akkor $F(\langle\Phi'_1,\Phi'_2,\ldots,\Phi'_n\rangle) = x$, ahol $\Phi'_i = x$, ha $\Phi_i = x$ (ha $\Phi_i = y$ volt, akkor Φ'_i-re nincs megkötés).

(II. 1. TÉTEL) *Az egyéni véleményekből a kollektív döntést előállító F szavazat-összegző függvény akkor és csak akkor tudja kielégíteni az univerzalitási, anonimitási, semlegességi és monotonitási feltételeket, ha többségi szavazás típusú* (May 1952).

Egy szavazat-összegző függvény akkor *többségi szavazás* típusú, ha

$$F(\langle\Phi_1,\Phi_2,\ldots,\Phi_n\rangle) = \begin{cases} x, \text{ ha } \sum_{i=1}^{n} \delta(\Phi_i = x) > n/2, \\ y \text{ különben,} \end{cases}$$

ahol $X = \{x,y\}$ és δ egy indikátorfüggvény, tehát $\delta(igaz) = 1$ és $\delta(hamis) = 0$.

2. A Condorcet-paradoxon

A May-tételre sokan úgy tekintenek, mint a többségi demokráciáknak egy lehetséges formális alátámasztására. Azonban, mi a helyzet, ha X több mint két elemű és az individuumok nemcsak egy lehetőséget választanak ki, hanem megadják a *preferenciáikat* (tehát egy teljes rendezést) a választási lehetőségekkel kapcsolatban? Lehetséges-e ilyenkor is hatékonyan és igazságosan kollektív döntést hozni? Ennek a kérdésnek a vizsgálatához először felelevenítjük a rendezések matematikai fogalmait.

Tekintsünk egy $R \subseteq A \times A$ homogén bináris relációt (ahol „×” direkt szorzatot jelöl). Az R reláció *reflexív*, ha minden x-re xRx fennáll és *irreflexív*, ha xRx semmilyen x-re nem teljesül. Az R reláció *tranzitív*, ha xRy és yRz esetén xRz is teljesül. Az R reláció *antiszimmetrikus*, ha xRy és yRx csak akkor áll fenn, ha $x = y$ és aszimmetrikus, ha xRy és yRx nem teljesül egyszerre (vegyük észre, hogy egy reláció aszimmetriájából következik az irreflexivitása is). Azt mondjuk, hogy az R reláció *gyenge rendezés*, ha reflexív, tranzitív és antiszimmetrikus és azt mondjuk, hogy R *szigorú rendezés*, ha tranzitív és aszimmetrikus (így irreflexív is). Az R rendezési reláció *teljes* vagy *lineáris*, ha minden $x \neq y$ esetén xRy és yRx közül pontosan az egyik teljesül; máskülönben R *részleges*. Például, az egész számok felett a „kisebb egyenlő” („≤”) egy teljes gyenge rendezés, míg a (szigorúan) „kisebb” („<”) egy teljes szigorú rendezés.

A preferencia-rendezésen alapuló szavazat-összegzés régi múltra tekint vissza. A francia felvilágosodás korában Borda és Condorcet is foglalkoztak behatóan a kérdéssel. Az ilyen módszerek – mivel erősen figyelembe veszik a sokadlagos preferenciákat is – „igazságosabbnak” hatnak, mint a csak a legjobbnak ítélt választást figyelembe vevő eljárások, azonban a manipuláció lehetősége is nagyobb. Borda módszere szerint a választók minden lehetőséghez egy számot rendelnek (maximum akkorát, ahány lehetőség van) és a győztes az az alternatíva lesz, amelyhez a legnagyobb összegzett szám tartozik. A Marquis de Condorcet által kidolgozott módszer szerint, ha minden szavazó megadja a preferenciáit egy teljes szigorú rendezés formájában, akkor a kollektív döntést a *Condorcet-győztes* megtalálása jelenti. A Condorcet-győztes az a választás, amelyik a legnagyobb abban a rendezési relációban, amelyiket úgy kaptunk az ismert individuális preferencia-rendezésekből, hogy minden xRy relációról többségi szavazással döntöttünk. *Condorcet-paradoxonnak* azt a jelenséget nevezzük, hogy nem mindig létezik egyértelmű Condorcet-győztes. A többségi szavazással előállított reláció nem biztos, hogy szigorú rendezés, még ha az összes individuum preferenciái egyenként teljes szigorú rendezést is alkottak. A paradoxont legegyszerűbben egy példán keresztül szemléltethetjük. Tegyük fel, hogy három alternatíva: a, b és c között kell választania három individuumnak. Az egyéni preferenciákat és a többségi szavazás eredményét az alábbi táblázat tartalmazza:

	$a < b$	$b < c$	$c < a$
1. vélemény ($a < b < c$)	igen	igen	nem
2. vélemény ($b < c < a$)	nem	igen	igen
3. vélemény ($c < a < b$)	igen	nem	igen
többségi vélemény ($c < a < b < c$)	igen	igen	igen

Megfigyelhetjük, hogy a többségi véleményként előállt reláció nem szigorú rendezés matematikai értelemben, mivel egy *preferenciakör* alakult ki (a reláció nem aszimmetrikus), és így nincs egyértelmű Condorcet-győztes, noha mindhárom egyén preferenciái teljes szigorú rendezést alkottak.

Bár a Condorcet szavazási módszernek vannak gyengített változatai, amelyek garantálják a Condorcet-győztes létezését minden esetben – például a Schulze- vagy a Smith-módszer – azonban ezek gyakran kontra-intuitív eredményeket szolgáltatnak, ami miatt ritkán alkalmazzák őket a politikai gyakorlatban. A módszer gyakorlati alkalmazására példa lehet a *Free State Project*, amely egy libertariánus mozgalom az USA-ban. Ezen szervezet tagjai a Condorcet-módszerrel választják ki azt az államot, amelynek politikáját átjelentkezéssel befolyásolni próbálják (lásd: http://freestateproject.org/. Hozzáférés: 2008. december 20.).

3. Az Arrow-tétel

A Condorcet-paradoxont megvizsgálva az az érzésünk támadhat, hogy a paradoxon a szigorú rendezés és a lehetőségekre adott többségi szavazás tulajdonságai miatt következett be, de gyenge rendezést feltételezve és „kifinomultabb” módszerekkel elkerülhető lenne preferencia-körök kialakulása. Az Arrow-tétel általánosan mondja ki – a preferenciákat teljes gyenge rendezésekként kezelve –, hogy néhány egyszerű feltétel mellett nincs olyan összesítő függvény, amely minden lehetséges esetben megfelelő rendezést állít elő, s ebben az értelemben a kollektív döntés potenciálisan irracionális.

Az Arrow-tétel alapkérdése, hogy bizonyos intuitív igazságossági feltételek mellett milyen preferencia-összesítő függvény szolgáltat minden lehetséges bemenetre matematikai értelemben helyes rendezést (Arrow 1951). Az ilyen F függényeket Arrow *társadalmi jóléti függvényeknek* (*social welfare function*) nevezi. Az Arrow-tétel állítása pedig az, hogy nem létezik a megkövetelt tulajdonságoknak eleget tevő függvény.

Az összesítő függvénytől megkövetelt tulajdonságok a következők:

(U) *Univerzális értelmezési tartomány*: A preferencia-összesítő függvénynek az összes lehetséges bemenetre tudnia kell eredményt szolgáltatni: az értelmezési tartománya az összes rendezett n-es, amelynek tagjai az alternatívákon értelmezett preferencia-rendezések (azaz teljes gyenge rendezések).

Ennek megfelelően az F preferencia-összesítő függvény argumentuma egy tetszőleges Φ rendezett n-es, ahol $\Phi = \langle \Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_n \rangle$ és mindegyik Φ_i rendezési reláció az alternatívák X halmaza felett. $\Phi_i(x,y)$-nal jelöljük, hogy az i-edik individuum nem kevésbé preferálja y-t, mint x-et. Az összegzett preferenciát a Φ preferencia-profil ismeretében $F(\Phi)$ jelöli. Továbbá, $F(\Phi)(x,y)$ azt jelöli, hogy az összesített preferencia-rendezésben az y alternatíva nem kevésbé előnyös, mint x.

Ha Φ_i egy gyenge rendezés, akkor Ψ_i-vel fogjuk jelölni a hozzá tartozó szigorú rendezést, amit minden x, y-ra úgy definiálunk, hogy $\Psi_i(x,y)$ akkor és csak akkor, ha $\Phi_i(x,y)$ és nem $\Phi_i(y,x)$. Hasonlóan, $F(\Psi)$-vel jelöljük majd az $F(\Phi)$-hez – az összesített preferencia-rendezéshez – tartozó szigorú rendezést.

(P) *Gyenge Pareto-elv*: Ha minden $i \in N$-re $\Psi_i(x,y)$, akkor $F(\Psi)(x,y)$. Ez a feltétel azt mondja ki, hogy ha minden választó egyhangúan (szigorúan) jobban preferálja y-t, mint x-et, akkor az összesített véleményben is az y alternatíva (szigorúan) előnyösebb kell, hogy legyen x-nél.

(L) *Függetlenség a lényegtelen alternatíváktól*: Tegyük fel, hogy adott két preferencia-profil $\Phi = \langle \Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_n \rangle$ és $\Phi' = \langle \Phi_1', \Phi_2', \ldots, \Phi_n' \rangle$. Ha létezik olyan x és y, hogy minden i individuumra $\Phi_i(x,y)$ akkor és csak akkor, ha $\Phi_i'(x,y)$, akkor teljesülnie kell annak is, hogy $F(\Phi)(x,y)$ akkor és csak akkor, ha $F(\Phi')(x,y)$. Ez a feltétel azt fejezi ki, hogy az x, y alternatíva-páros rendezése a kollektív-rendezés szerint csak az egyének x-re és y-ra vonatkozó preferenciáitól függ.

(D) *Diktátor-mentesség*: Nem létezik olyan $i \in N$, hogy minden x,y-ra $F(\Psi)(x,y)$ akkor és csak akkor ha $\Psi_i(x,y)$. Ez a feltétel azt a meggyőződésünket formalizálja, hogy az igazságos döntések nem-diktatórikusak, azaz nem létezik egy olyan individuum, hogy a preferencia-összegzés mindig az *ő* véleményét adja eredményül, tekintet nélkül a többiek preferenciáira. Érdemes észrevenni, hogy ez sokkal gyengébb feltétel, mint az anonimitás, vagyis az, hogy minden egyén szavazata egyenlő súlyú. A diktátor-mentesség kritériumának megfelel például egy olyan összegző-függvény is, ahol az összegzett véleményben csak egy kis csoport érdeke érvényesül. Tehát diktátor-mentességet megkövetelni egy függvénytől csak gyenge megszorítást jelent.

Az Arrow-tétel állítása, hogy a fent megadott feltételek mellett és több mint kettő alternatívát feltételezve ($|X| > 2$) nem létezik preferencia-összesítő függvény (Arrow 1951):

(II. 2. TÉTEL) *Nem létezik olyan F társadalmi jóléti függvény, amely teljesíti az (U), (P), (L) és (D) feltételeket és minden lehetséges* Φ *preferencia-profilhoz olyan* $F(\Phi)$ *relációt rendel, amely helyes preferencia-rendezés (azaz teljes gyenge rendezés)* (Arrow 1951).

Az Arrow-tétel társadalomfilozófiai jelentőségéről nagy irodalom áll rendelkezésre, például arról, hogy pontosan mit (és mit nem) mond a társadalomfilozófia számára ez a lehetetlenségi tétel. Azonban, mivel ennek a tanulmánynak nem elsősorban az Arrow-tétel a tárgya, ezért most nem érintjük ezeket a kérdéseket. Ezzel kapcsolatban sok referenciát találhatunk List és Pettit összehasonlító cikkében (List–Pettit 2004).

III. A DISZKURZÍV PARADOXON

Ebben a fejezetben rátérünk a List–Pettit tétel közvetlen elődjének tekinthető diszkurzív paradoxon bemutatására. A diszkurzív (vagy doktrinális/bíró) paradoxont legegyszerűbb egy példán keresztül ismertetni. Jelöljön *X* és *Y* személyeket, és tekintsük a következő három kijelentést:

p_1: a szerződés *X* és *Y* között érvényes
p_2: *X* a szerződést megszegte
q: *X* kártérítésre kötelezett

Tegyük fel, hogy az a törvény, hogy az *X* vádlott akkor és csak akkor kötelezett kártérítésre (elítélendő), ha a szerződés érvényes volt és *X* megszegte azt, azaz $q \equiv p_1 \wedge p_2$ (itt és a továbbiakban „$\wedge$" a konjunkció, „$\equiv$" pedig a bikondicionális vagy materiális ekvivalencia jele). A bíróságnak azt kell eldöntenie, hogy *X* kártérítésre kötelezett-e. Amennyiben a bírák vagy szakértők nem értenek egyet a helyzet megítélésében, akkor valami módon döntést kell hozniuk. Egy lehetséges módszer az, hogy a bírák szavaznak a p_1, p_2, q állítások mindegyikével kapcsolatban, és a döntést az egyes kijelentésekre vonatkozó többségi határozattal hozzák meg. Egy ilyen helyzetben lehetséges, hogy a következő szavazási eredmény áll elő:

	p_1	p_2	$q \equiv p_1 \wedge p_2$
1. bíró	igen	igen	igen
2. bíró	igen	nem	nem
3. bíró	nem	igen	nem

Az, hogy a fenti szavazási eredmény lehetséges, úgy értendő, hogy mindegyik bíró *racionálisan* szavazott abban az értelemben, hogy mindegyik bírónak a p_1, p_2, q kijelentések igazságára/hamisságára vonatkozó álláspontja összhangban van a p_1, p_2, q állítások között fennálló $q \equiv p_1 \wedge p_2$ logikai relációval.

Ha a három bíró véleményéből egyetlen véleményt akarunk létrehozni többségi szavazással, akkor a többségi („összegzett") vélemény a következő lesz:

	p_1	p_2	$q \equiv p_1 \wedge p_2$
1. bíró	igen	igen	igen
2. bíró	igen	nem	nem
3. bíró	igen	nem	nem
többségi vélemény	*igen*	*igen*	*nem*

A többségi vélemény azonban nem elfogadható, mert *nem racionális* abban az értelemben, hogy nem egyeztethető össze a kijelentések közötti $q \equiv p_1 \wedge p_2$ logikai relációval: ha mind a p_1, mind a p_2 kijelentést elfogadjuk, akkor konjunkciójukat nem utasíthatjuk el, ha nem akarjuk megsérteni a klasszikus kijelentéslogika szabályait. Ha tehát a bíróság többségi szavazással dönt, akkor kétféleképpen járhat el:

– magáról a bűnösségről szavaz és hoz többségi döntést (konklúzió-alapú megközelítés – *conclusion-based approach*);
– a bűnösséget implikáló feltételek fennállásáról hoz többségi döntést és alkalmazza törvényt/doktrinát (premissza-alapú megközelítés – *premise-based approach*).

A doktrinális-paradoxon az, hogy a kétféleképpen hozott döntés nem egyezik meg. Felvetődhet a gondolat, hogy a példabeli paradox helyzet egyedi, tehát, hogy a p_1, p_2, q állítások speciális logikai viszonya okozza a problémát, és más szituációkban nem áll elő hasonló nehézség, azonban nem ez a helyzet. Itt egy másik példa: tekintsük a p_1, p_2, q kijelentéseket, melyek között a következő logikai reláció áll fenn: $q \equiv p_1 \rightarrow \mathrm{p}_2$ (itt és a továbbiakban „$\neg p$" jelöli a p kijelentés tagadását, „$\vee$" a diszjunkció jele és „$\rightarrow$" pedig kondicionálist vagy materiális-implikációt jelöl, azaz $p_1 \rightarrow p_2 \equiv \neg \mathrm{p}_1 \vee \mathrm{p}_2$). Lehetséges ekkor az alábbi táblázatban szereplő szavazási eredmény:

	p_1	p_2	$p_1 \to p_2$
1. szavazó	igen	igen	igen
2. szavazó	igen	nem	nem
3. szavazó	nem	nem	igen
többségi vélemény	*igen*	*nem*	*igen*

Világos azonban, hogy a többségi vélemény (azaz a p_1, $\neg$ p_2 és $p_1 \to p_2$ formulák halmaza) ellentmondásos (inkonzisztens). Mindez arra utal, hogy a diszkurzív paradoxon jelensége általános: valahányszor többségi szavazással összegzünk véleményeket olyan állításokkal kapcsolatban, amelyek logikailag nem függetlenek egymástól, a diszkurzív paradoxonhoz hasonló jelenség előfordulhat, és a kollektív vélemény lehet irracionális (például ellentmondásos).

Az is világos, hogy ha a diszkurzív paradoxon jelensége általános, akkor jelentősége messze túlmutat a bírósági gyakorlaton: érintheti az összes olyan szituációt, melyben véleményeket kell összegezni többségi szavazással. A jelenség így speciálisan kihat a többségi szavazásra alapozott demokratikus döntéshozatali eljárás racionalitására is. List és Pettit megfogalmazásában:

> Az ezen cikk szempontjából lényeges tanulsága a diszkurzív paradoxonnak nem az, amit a jogi irodalomban levonnak, hogy ti. nehéz választásra vagyunk kényszerítve azt illetően, hogy egy valamely konklúzióra vonatkozó kollektív ítéletet magára a konklúzióra, vagy pedig a premisszákra vonatkozó szavazással döntsünk-e el. Az az általánosabb tanulság, hogy ha a szokásos többségi szavazással hozunk létre ítélet-halmazokat individuális ítélet-halmazok összesítésével, akkor lehetséges, hogy olyan ítélet-halmazokat kapunk eredményül, melyek irracionálisak, még akkor is, ha az individuális ítélethalmazok maguk teljességgel racionálisak (List–Pettit 2002. 95).

Ebben a szituációban természetes reakció azt gondolni: sebaj, ha az egyszerű többségi szavazás a fenti értelemben irracionális, akkor majd nem egyszerű többségi szavazással összegezzük a véleményeket, hanem valamely más olyan módon (pl. minősített többséggel) amely biztosítja, hogy a döntéshozatal demokratikus legyen, de elkerüli az egyszerű többségi szavazás fentebb részletezett irracionalitását. List és Pettit tanulmányának jelentősége az (és ezzel adtak lökést a kutatásoknak), hogy bebizonyították: általában nem létezik bizonyos természetes (a többségi szavazás által kielégített) feltételeknek megfelelő olyan véleményösszegezési eljárás, amely kijelentések egy halmazának racionalitási föltételeket kielégítő értékelését úgy összegezné, hogy az összegezett értékelés szintén kielégíti a kijelentések értékelésével szemben támasztott racionalitási követelményeket. Röviden: List és Pettit azt mutatták meg, hogy *logikailag összefüggő kijelentésekre vonatkozó minden olyan véleményösszegző eljárás (szavazás) irracionális, amely a többségi szavazás néhány olyan lényegi tulajdonságával rendelkezik, melyeket egy demokratikus szavazási rendszertől természetesnek látszik megkövetelni*. A következő fejezetben List és Pettit ezen tételét ismertetjük.

IV. A RACIONÁLIS VÉLEMÉNYÖSSZEGZÉS LEHETETLENSÉGE

A List–Pettit tétel pontos kimondásához bevezetünk néhány fogalmat és jelölést:

1. Jelölje $n \geq 2$ a szavazók számát és $N = \{1,\ldots,n\}$ a szavazók halmazát.
2. Legyen $X = \{\varphi_1,\varphi_2,\ldots\}$ a kijelentéslogika (jólformált) formuláinak egy részhalmaza. Az X halmazt *napirendnek* hívjuk, és ezen halmaz állításairól szavaznak az N-ben szereplő individuumok.
3. A napirendről feltesszük, hogy logikailag ekvivalens formulákat nem tartalmaz (úgy is gondolhatunk a formulákra, mint *ekvivalenciaosztályok* reprezentánsaira).
4. Azt is feltesszük, hogy a napirendben minden állításnak a negáltja is szerepel (ekvivalencia erejéig).
5. Feltesszük továbbá, hogy a napirend tartalmaz legalább kettő nem-triviálisan összefüggő formulát; például $X = \{p, q, p \wedge q, \neg p, \neg q, \neg(p \wedge q)\}$. (Azt mondjuk, hogy φ „triviális” módon összefügg ψ-vel, ha φ ekvivalens ψ–vel vagy $\neg\, \psi$-vel, vagy valamelyik tautológia vagy ellentmondás.)
6. $\Phi_i \subseteq X$ jelöli az i-edik szavazó által az X-ből elfogadott („igenelt”) állítások összességét.
7. A $\Phi = \langle \Phi_1,\ldots,\Phi_n \rangle$ rendezett n-es („vektor”) – amelyet gyakran $\langle \Phi_i \rangle_{i \in N}$ alakban írunk – a szavazói vélemények profilja (a szavazók csoportja által elfogadott állításhalmazok összessége). Nyilván $\Phi \in \mathcal{P}(X)^n$.

A racionalitási feltételeket az i-edik szavazó által igenelt állítások Φ_i halmazára vonatkozóan fogalmazzuk meg. Ezek a feltételek a teljesség, a konzisztencia és a deduktív zártság lesznek.

TELJESSÉG: Φ_i *teljes, ha bármely* $\varphi \in X$ *esetén* $\varphi \in \Phi_i$ *vagy* $\neg\, \varphi \in \Phi_i$.

KONZISZTENCIA: Φ_i *konzisztens, ha nincs olyan* $\varphi \in X$, *hogy* $\varphi \in \Phi_i$ *és* $\neg\, \varphi \in \Phi_i$.

DEDUKTÍV ZÁRTSÁG: Φ_i *deduktíve zárt, ha minden* $\varphi \in X$ *esetén, ha* $\Phi_i \vdash \varphi$, *akkor* $\varphi \in \Phi_i$ (ahol „$\vdash$” a levezethetőség jele, azaz „$F \vdash \varphi$” azt jelöli, hogy a φ formula levezethető az F formulahalmazból).

(IV. 1. DEFINÍCIÓ) *Egy* Φ_i *állítás-összesség racionális, ha teljes, konzisztens és deduktíve zárt. Hasonlóan, egy* $\Phi = \langle \Phi_i \rangle_{i \in N}$ *vélemény-profil racionális, ha benne minden* Φ_i *állítás-összesség racionális.*

A már ismert diszkurzív paradoxon mutatja, hogy racionális vélemény-profilok többségi szavazással való összesítésének eredménye *nem* minden esetben racionális vélemény-halmaz:

	p	q	$p \wedge q$
1. szavazó	igen	igen	igen
2. szavazó	igen	nem	nem
3. szavazó	nem	igen	nem
többségi vélemény	*igen*	*igen*	*nem*

Megfigyelhetjük, hogy mindegyik egyéni vélemény-halmaz racionális, de a többségi konklúzió nem (mert $p,q \vdash p \wedge q$, de $p \wedge q$ nincs a többségi szavazással kiszámolt eredményben). Megjegyezzük, hogy a definíció értelmében a napirendnek tartalmaznia kell még a $\neg p$, a $\neg q$ és a $\neg (p \wedge q)$ állításokat is, de mivel feltettük, hogy a szavazók racionálisak, ezért az ezekre adott szavazatok már egyértelműen meghatározottak.

A véleményösszegező mechanizmust egy olyan F függvényként foghatjuk fel, amely egy összesített vélemény-halmazt rendel minden egyes n tagú vélemény-profil vektorhoz. Formálisan tehát, ha $\mathcal{P}(X)$ jelöli X összes részhalmazainak halmazát, akkor F: $\mathcal{D}_F \rightarrow \mathcal{P}(X)$, ahol $\mathcal{D}_F \subseteq \mathrm{P}(X)^n$.

A véleményösszegző függvényektől három tulajdonságot követelünk meg; ezek az univerzális értelmezési tartomány, az anonimitás és a szisztematicitás.

UNIVERZÁLIS ÉRTELMEZÉSI TARTOMÁNY: *$\mathcal{D}_F$ tartalmazza az összes olyan vélemény-profilt, amely teljesíti a racionalitási feltételeket, azaz amely teljes, konzisztens és deduktíve zárt formulahalmazokból áll.*

Az univerzalitási tulajdonság nagyon természetes: nem lenne elfogadható, ha az összegzőfüggvény néhány racionális szavazási kimenetelre nem tudna kollektív véleményt összegezni.

ANOMIMITÁS:
F értéke invariáns a szavazók felcserélésére (nem függ a szavazók sorrendjétől). Formálisan, ha σ: $N \rightarrow N$ az individuumok egy lehetséges permutációja, akkor $F(\langle\Phi_i\rangle_{i \in N}) = F(\langle\Phi_{\sigma(i)}\rangle_{i \in N})$.

Az anonimitás nemhogy természetes, hanem lényegesen összefügg a véleményösszegzés demokratikus jellegével: mindenkinek a szavazata/véleménye ugyanolyan státuszú, nincs kitüntetett szavazó (pl. nincs diktátor). Megjegyzésre érdemes, hogy az anonomitás erősebb feltétel, mint az Arrow-tétel feltételei között szereplő diktátor-mentesség. Azonban, – mint ahogyan látni fogjuk – ez az eredeti List–Pettit tételben szereplő feltétel gyengíthető, és diktátor-mentesség esetén is érvényben marad az állítás.

SZISZTEMATICITÁS: *Bármely két, az F értelmezési tartományából vett* $\Phi = \langle\Phi_i\rangle_{i \in N}$ *és* $\Phi' = \langle\Phi'_i\rangle_{i \in N}$ *vélemény-profilra kikötjük, hogy ha* [*két – a napirendből vett –* φ *és* ψ *formulára teljesül, hogy minden* $i \in N$ *szavazó esetén* $\varphi \in \Phi_i$ *akkor és csak akkor, ha* $\psi \in \Phi'_i$], *akkor teljesülnie kell annak is, hogy* [$\varphi \in F(\Phi)$ *akkor és csak akkor, ha* $\psi \in F(\Phi')$]. Teljesen formálisan felírva:

$$\forall \Phi, \Phi' \in \mathcal{D}_F: \forall \varphi, \psi \in X: (\forall i \in N: \varphi \in \Phi_i \equiv \psi \in \Phi'_i)$$
$$\rightarrow (\varphi \in F(\Phi) \equiv \psi \in F(\Phi')).$$

Gyakran hasznos a szisztematicitási feltétel egy ekvivalens átfogalmazása, amely a következőképpen adható meg:

létezik olyan f: $\{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ függvény, hogy bármely $\Phi = \langle \Phi_i \rangle_{i \in N} \in \mathcal{D}_F$ esetén

$$F(\Phi) = \{\varphi \in \mathrm{X} \mid f(\delta_1(\varphi), \ldots, \delta_n(\varphi))=1\},$$

ahol minden $i \in N$-re és $\varphi \in X$-re: $\delta_i(\varphi) = 1$, ha $\varphi \in \Phi_i$ és $\delta_i(\varphi) = 0$, ha $\varphi \notin \Phi_i$. Mivel minden szisztematikus F összegzőfüggvénynek kölcsönösen egyértelműen megfeleltethető egy ilyen f függvény, gyakran f-et is összegzőfüggvénynek hívjuk.

A szisztematicitás két tulajdonságot foglal magában:

1. Az, hogy a napirendnek egy bizonyos φ állítása igenelve van-e az összegezett véleményben, csak attól függ, hogy hogyan szavaztak a szavazók erre a φ napirendi pontra (és így nem függ attól, hogy a napirenden szereplő más állításokkal kapcsolatban ki hogyan szavazott).
2. Az a függvény, amely a φ-re leadott N darab szavazat függvényében megadja, hogy φ el van-e fogadva az $F(\Phi)$ összesített véleményben, *ugyanaz* a függvény *minden* φ napirendi pont esetén.

A szisztematicitási feltétel szükségességéről (és lehetséges gyengítéseiről), valamint elhagyásának következményeiről a VI. fejezetben lesz szó részletesebben. Ha a fent említett 2-es feltételt elhagyjuk (amit megtehetünk, lásd Dietrich 2006), akkor úgy gondolhatunk erre a tulajdonságra, mint *monotonitásra*. Pontosabban, ha állítások egy A halmazával kapcsolatban született egy kollektív döntés, akkor – feltéve, hogy semelyik individuum nem változtatja meg a véleményét az A-beli állításokról – akármilyen A-nál bővebb B halmazra összegezzük is a véleményeket, az A-beli állítások elfogadása vagy elutasítása nem változik:

$$\forall A: \forall B\ (A \subseteq B): \forall \Phi^B\ (\Phi^A \leq \Phi^B):$$
$$\forall \varphi \in A: \varphi \in F(\Phi^A) \equiv \varphi \in F(\Phi^B),$$

ahol $\Phi^A \leq \Phi^B$ azt a tulajdonságot rövidíti, hogy $\forall i \in N$: $\Phi^A{}_i \subseteq \Phi^B{}_i$.
Az anonimitási feltételt is könnyű átfogalmazni az f függvényt használva:

$$\{\varphi \in X \mid f(\delta_1(\varphi), \ldots, \delta_n(\varphi)) = 1\} = \{\varphi \in X \mid f(\delta_{\sigma(1)}(\varphi), \ldots, \delta_{\sigma(n)}(\varphi))=1\}$$

minden σ: $N \rightarrow N$ permutációra (bijekcióra), azaz a szavazók minden felcserélésére.

A többségi szavazásra alapozott véleményösszegző eljárást az alábbi módon lehet leírni:

$$\forall \Phi \in \mathcal{D}_F: \forall \varphi \in X: \varphi \in F(\Phi) \equiv \sum_{i \in N} \delta_i(\varphi) > \frac{n}{2}.$$

Nyilvánvaló, hogy a többségi szavazás kielégíti az univerzalitási, az anonimitási és szisztematicitási feltételeket. A diszkurzív dilemma mutatja továbbá, hogy a többségi szavazás nem racionális, abban az értelemben, hogy egy racionális vélemény-profilból nem mindig állít elő racionális vélemény-halmazt. A List–Pettit tétel azt mondja ki, hogy ez nem kizárólag a többségi szavazás tulajdonsága (List–Pettit 2002, Dietrich 2006):

(IV. 1. TÉTEL) *Nem létezik olyan véleményösszegző függvény, amely kielégíti az univerzális értelmezési tartomány, anonimitás és szisztematicitás feltételeket, és amely minden lehetséges racionális vélemény-profilt racionális kollektív vélemény-halmazzá összegez* (List–Pettit 2002).

V. A LIST–PETTIT TÉTEL BIZONYÍTÁSÁNAK GONDOLATA

Ebben a fejezetben vázlatosan ismertetjük a List–Pettit tétel bizonyításának menetét, azonban – az egyszerűség kedvéért – csak arra az esetre korlátozódva, amikor $\{p,q,p \wedge q\} \subset X$. Első lépésként azt figyelhetjük meg, hogy az anonimitási feltétel és a szisztematicitási feltétel f-re és δ-ra hivatkozó alakjából következik, hogy bármilyen $(a_1,\ldots,a_n),(b_1,\ldots,\mathrm{b}_n) \in \{0,1\}^n$ vektorokra akkor és csak akkor teljesül, hogy $f(a_1,\ldots,a_n) = f(b_1,\ldots,\mathrm{b}_n)$, ha $|\{i \in N \mid a_i = 1\}| = |\{i \in N \mid \mathrm{b}_i = 1\}|$. Legyen $N_\varphi = \{i \in N \mid \varphi \in \Phi_i\}$ minden $\varphi \in X$-re. Ekkor bármely két φ és ψ formulára igaz, hogy ha teljesül, hogy $|N_\varphi| = |N_\psi|$ akkor $\varphi \in F(\Phi)$ akkor és csak akkor, ha $\psi \in F(\Phi)$. Tehát anonim és szisztematikus döntéseknél a napirendi pontok elfogadása csak attól függhet, hogy hány szavazatot kaptak.

A továbbiakban tekintsük a következő táblázattal definiált racionális vélemény-profilokat:

	$\delta(p)$	$\delta(q)$	$\delta(p \wedge q)$	$\delta(\neg (p \wedge q))$
$i = 1$	1	1	1	0
$i = 2$	1	0	0	1
$i = 3$	0	1	0	1
$i > 3$ és i páros	1	1	1	0
$i > 3$ és i páratlan	0	0	0	1

Elsőként vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor n páros. Ekkor a fent definiált táblázatból kiolvashatjuk, hogy tetszőleges páros n esetén $|N_{p \wedge q}| = |N_{\neg (p \wedge q)}|$, tehát – az első szakaszban tett észrevételeket felhasználva – az összegzőfüggvénynek teljesíteni kell, hogy $p \wedge q \in F(\Phi)$ akkor és csak akkor, ha $\neg (p \wedge q) \in F(\Phi)$, ami nyilvánvalóan nem racionális kollektív összegzett véleményhez vezet.

Második esetként tegyük fel, hogy n páratlan. Ekkor, ismét a fenti táblázattal adott példát használva láthatjuk, hogy $|N_p| = |Nq| = |N_{\neg(p \wedge q)}|$, tehát vagy mind p-nek, q-nak és $\neg(p \wedge q)$-nak benne kell lennie az összegzett véleményben, vagy egyiknek sem szabad benne lennie. Ha p is és q is benne van $F(\Phi)$-ben, akkor a deduktív zártság miatt nyilván $p \wedge q$-nak is benne kell lennie, ami azonban ellentmond a konzisztencia-feltételnek, ugyanis a kollektív véleménynek $\neg(p \wedge q)$-t is tartalmaznia kell. Ha sem p, sem q nincs benne $F(\Phi)$-ben, akkor – a teljességi feltételből – $\neg$ p-nek és $\neg$ q-nak kell benne lennie, valamint mivel $\neg(p \wedge q)$ sem lehet benne, ezért $p \wedge q$-nak kell szerepelni. Azonban $\neg p$, $\neg q$ és $p \wedge q$ nem lehetnek egyszerre benne az összegzett vélemény-halmazban, mivel ez sérti a megkövetelt racionalitási feltételeket. Ebben az esetben is irracionális összegzett véleményhez jutottunk; így a téltelt bebizonyítottuk. □

VI. A FELTÉTELEK GYENGÍTHETŐSÉGE

A következőkben megvizsgáljuk, hogy milyen kibúvók kínálkoznak az „igazságos" véleményösszegzés számára, azaz milyen módon lehetne gyengíteni a véleményösszegző függvénytől megkövetelt tulajdonságokat úgy, hogy annak racionális és demokratikus volta megmaradjon, de ne álljanak elő paradoxonok.

Először is vegyük észre, hogy annak megkövetelése, hogy a napirendnek propozicionális logikával leírható állításokból kell állnia, nem gyengíti a tételt, ugyanis ha még ezt a nagyon egyszerű, „nulladrendű" logikát alkalmazva is előáll a lehetetlenségi tétel, akkor a helyzet magasabb- (például, első- vagy másod-) rendű logikákat használva még rosszabb lesz (de jobb biztosan nem, mivel például a kijelentéskalkulus valódi része a predikátumkalkulusnak).

1. A értelmezési tartomány leszűkítése

Első lépésben megpróbálhatjuk gyengíteni az *univerzális értelmezési tartomány* feltételt úgy, hogy csak olyan vélemény-profilokat engedjünk meg, amelyeket garantáltan lehet racionálisan összegezni. Ilyen halmaz biztos, hogy létezik: ha ugyanis minden individuum csak kétfajta variációból választhatna (tehát csak kétfajta racionális vélemény lenne megengedett), akkor garantált lenne, hogy mindig racionális lesz a közösségi döntés (vö. May-tétel).

Azonban ennek a tulajdonságnak a gyengítése három szempontból nem megfelelő. (1) Nem elfogadható, hogy bizonyos racionális vélemény-profilokra ne tudjunk véleményt összegezni és így korlátozzuk a szavazók véleménynyilvánítási szabadságát. Továbbá, ha elfogadhatónak vesszük is a napirend leszűkítését, (2) ez a szűkítés nem egyértelműen meghatározott. Pontosabban, ha $R \subset \mathcal{P}(X)$ jelöli a napirend racionális részhalmazainak halmazát, akkor több olyan $B \subseteq R$

halmaz létezhet, amelyik biztonságos, azaz amelyikre $\exists F$: $\forall \Phi \in B^n$: $F(\Phi) \in$ R. Még ha csak a maximális elemszámú biztonságos halmazokat tekintjük is, a közülük való választás sem egyértelmű. Tegyük fel, hogy kiválasztottunk egy maximális elemszámú B halmazt, amelyik biztonságos. (3) Ilyenkor azonban ezen biztonságos halmaz számossága, $|B|$, nagyságrendekkel kisebb a napirend racionális részhalmazai halmazának számosságánál, $|R|$-nél, így még a legmegengedőbb leszűkítés is elfogadhatatlanul korlátozó lenne.

Az a sejtés fogalmazható meg, hogy a napirend számosságának növekedésével a napirend racionális részhalmazainak halmazai között a biztonságos és a nem-biztonságos halmazok aránya nullához konvergál. Ezt a sejtést formálisan nem könnyű leírni, ugyanis a racionális és a biztonságos részhalmazok száma erősen függ a napirendtől és a véleményösszegző függvénytől. Célszerű áttérni bináris mátrix reprezentációra, ahol a racionális választások halmazának egy bináris mátrix felel meg, amely tulajdonképpen a napirendi pontok között fennálló logikai kapcsolatokat kódolja. A racionalitási mátrixnak minden oszlopa a napirend egy állításához, minden sora pedig egy lehetséges racionális véleményhez tartozik. Ennek a mátrixnak a sorai közül kell kitörölni néhányat, hogy biztonságos mátrixokhoz jussunk, ahol a „biztonságos” természetesen véleményösszegző mechanizmus-függő. Számítógépes szimuláció segítségével végzett kísérleteink azt látszanak alátámasztani – legalábbis a többségi szavazás esetén –, hogy a $|B| : |\mathrm{R} \setminus \mathrm{B}|$ arány rendkívül gyorsan tart nullához, ahol „\” halmazkivonást jelöl. Következésképp a megengedett bemenetek egy biztonságos halmazra korlátozásával elfogadhatatlanul erősen leszűkítenénk a választható vélemény-összességeket.

2. Az anonimitási feltétel gyengítése

Megpróbálhatjuk gyengíteni az *anonimitási* feltételt, és csak azt megkövetelni, hogy a szavazás ne legyen diktatórikus. Az *i* individuum diktatúrájáról akkor beszélünk, ha az összegzéshez használt F függvény minden $\langle \Phi_1, \ldots, \Phi_n \rangle = \Phi \in \mathcal{D}_F$ lehetséges vélemény-profilra $F(\Phi) = \Phi_i$-t adja eredményül. Sajnos az anonimitási feltétel diktátor-mentességre gyengítése nem segít a paradoxonok kiszűrésében, mint azt a List–Pettit tétel Pauly és van Hees által bebizonyított általánosítása mutatja (Pauly és Hees 2003):

(VI. 1. TÉTEL) *Egy véleményösszegző függvény, amely kielégíti az univerzális értelmezési tartomány és a szisztematicitás feltételeit, akkor és csak akkor összegez racionális vélemény-profilokat racionális kollektív vélemény-halmazzá, ha diktatúra valamely $i \in N$ individuumra* (Pauly – van Hees 2003).

Mivel a diktátor-mentességnél jobban nem célszerű gyengíteni ezt az igazságossági feltételt, ezért ezen az úton sem sikerült elkerülnünk a potenciálisan irracionális közösségi döntések veszélyét. Érdemes megjegyezni, hogy már a diktátor-mentesség is bizonyos értelemben túl elnéző, mivel megenged olyan véleményösszegző függvényeket is, amelyekben például bizonyos szavazók véleménye egyáltalán nem, másoké pedig különböző súllyal, különböző mértékben érvényesül.

3. A racionalitási feltétel gyengítése

A racionalitási feltételek – azaz, hogy minden individuális vélemény-halmaz legyen racionális – látszólag nem gyengítik, inkább erősítik a tételt. Ha megengednénk azt, hogy a szavazók irracionális véleménnyel is rendelkezhetnek, akkor az még tovább rontana a véleményösszegzés irracionalitásán. A List–Pettit tétel meglepő volta éppen abból fakad, hogy még ha szigorúan racionális volt is minden individuum álláspontja, nem tudunk olyan univerzális véleményösszegző függvényt készíteni, amelyik mindig racionális kimenetet eredményez. Azonban a racionalitási feltételek között megkövetelt „teljesség” kizárja, hogy a szavazók bizonyos kérdésekben tartózkodjanak. Gärdenfors eredményei „sajnos” – a List–Pettit tételnél megkövetelt tulajdonságoktól kis mértékben eltérő feltételek mellett – azt mutatják, hogy ha a racionalitási tényezők közül elhagyjuk a teljességet, pontosan az oligarchikus döntési függvényekhez jutunk (Gärdenfors 2006).

Az F véleményösszegző függvényről akkor mondjuk, hogy *oligarchikus*, ha létezik az individuumoknak egy olyan $J \subseteq N$ részhalmaza, hogy minden lehetséges $\Phi \in \mathcal{D}_F$ döntési szituációra $F(\Phi)$ az összes olyan $\varphi \in X$ állítást tartalmazza, amelyet J minden tagja elfogad, azaz amelyre $\forall j \in J$: $\varphi \in \Phi_j$.

Az oligarchikus döntési mechanizmusok speciális esete, amikor J egyelemű; ekkor beszélünk diktatórikus döntésről. Az oligarchikus döntések csak abban az esetben lehetnek demokratikusak, ha $J = N$. Azonban ebben a határhelyzetben az oligarchikus döntés egy egyhangú döntési elvhez vezet. Tehát Gärdenfors eredményei újabb korlátokat jelentenek a demokratikus véleményösszegzés számára.

4. A szisztematicitási feltétel gyengítése

A *szisztematicitási* feltétel – mint láttuk – kétféle megszorítást takar, amelyeket külön-külön is megpróbálhatunk gyengíteni. Dietrich eredményeiből következik, hogy nem segít, ha a különböző formulákra leadott szavazatok összegzéséhez különböző függvények használatát is megengedjük; ebben az esetben a lehetetlenségi tétel ugyanúgy érvényben marad (Dietrich 2006). Az a feltétel, hogy minden állításra külön szavazás történjen, s ezen szavazás kimenetele ne függjön attól, hogy mik voltak a többi állításra leadott szavazatok, természetesnek tűnik. Érvelhetünk úgy, hogy nem volna elfogadható, ha egy napirendi pontra leadott szavazatok összegzése attól is függne, hogy mi a napirend. Azonban, ha ragaszkodunk a véleménynyilvánítási szabadsághoz (univerzális értelmezési tartomány) és egy gyenge értelemben vett igazságossághoz (diktátor-mentesség), valamint ahhoz, hogy a kollektív döntés mindig racionális legyen, akkor egyedül a szisztematicitási feltétel marad, amelyet fel tudunk adni. És ez az az út, amelynek segítségével kibújhatunk az irracionalitás fenyegető veszélye alól. Ha a szisztematicitási feltételt elvetjük, akkor már alkalmazhatóvá válnak a premissza-alapú véleményösszegző eljárások is, amelyek mindig racionális eredményt adnak.

A premissza-alapú megközelítések további előnye, hogy bizonyos esetekben garantálják a „jó" döntést. Ha például olyan kérdésekben döntünk, amikor van értelme arról beszélni, hogy jó döntés született-e (például, egy szakértői csoport szavaz egy tudományos kérdésről, például arról, hogy van-e globális felmelegedés), akkor a premissza alapú megközelítés annál jobb eredményt ad, minél több individuum szavaz, feltéve, hogy minden szavazó nagyobb, mint ½ valószínűséggel találja el a helyes megoldást (List 2004).

VII. A LIST–PETTIT TÉTEL JELENTŐSÉGE

Ebben a fejezetben a List–Pettit tétel elméleti és gyakorlati jelentőségével foglalkozunk. Először azt fogjuk megvizsgálni, hogy milyen kapcsolatban van a List–Pettit tétel a klasszikus Arrow-tétellel. Ezután, a tétel társadalomfilozófiai következményeinek illusztrációjaként ismertetjük az ún. *liberális paradoxont*, amely azt hivatott bemutatni, hogy milyen inkonzisztenciák léphetnek fel egy szabad és demokratikus társadalomban. Végül, a tétel gyakorlati jelentőségének szemléltetéseként ismertetünk néhány olyan módszert, amelyekkel manipulálni lehet a szavazások kimenetelét, például a napirend megfelelő megválasztásával vagy a szavazásra bocsátás sorrendjének megváltoztatásával.

1. Összehasonlítás az Arrow-tétellel

Bár az Arrow-tétel különböző alternatívák preferencia-rendezéseinek összegzésével foglalkozik, a List–Pettit tétel pedig propozíciók halmazainak összegzésével, mégis természetesnek tűnik a kérdés, hogy mi a kapcsolat a két lehetetlenségi tétel között. Ha az alternatívák A halmaza véges, akkor könnyű látni, hogy az Arrow-tétel a List–Pettit tétel speciális esete (pontosabban a Pauly – van Hees-féle általánosításé, mivel az eredeti List–Pettit-tétel diktátor-mentesség helyett anonimitást követelt meg). Legyen $A = \{a_1,\ldots,a_k\}$ az alternatívák egy halmaza; ekkor minden $R \subseteq A\times A$ rendezés „lekódolható" propozicionális logikai állításokkal. Például egy *aRb* állítás egy p_{ab} atomi formulával reprezentálható. A rendezés feltételei – tehát a reflexivitás, az antiszimmetrikusság és a tranzitivitás – is leírhatóak propozicionális formulákkal, azonban – mivel kijelentéskalkulust használunk – nem alkalmazhatunk kvantifikációt, ezért minden alternatíva-lehetőségre külön-külön kell megkövetelni ezeket a tulajdonságokat. A tranzitivitás lekódolásához: ha $a,b,c \in A$, akkor lesz egy olyan formula az X napirendben, hogy $p_{ab} \wedge p_{bc} \rightarrow p_{ac}$. Az antiszimmetrikusság leírásához: minden $a \neq b$ lehetőségre egy $p_{ab} \equiv \neg\, p_{ba}$ szükséges. A reflexivitás lekódolása felesleges, mivel ez nem jelent valódi választási alternatívát az individuumok számára: az *aRa* tulajdonság akármilyen *R* rendezésre teljesülni fog (természetesen p_{aa} formulákkal ez is lekódolható).

Ugyan gyakorlati szempontból kielégítőnek látszik véges alternatíva-halmazok vizsgálata, de elméleti szempontból érdekes kérdés a végtelen alternatíva-halmazok esete. List és Pettit megmutatták, hogy ilyen esetekre is kiterjeszthető a List–Pettit lehetetlenségi tétel (List–Pettit 2004).

Tehát az Arrow-tételben szereplő preferencia-rendezések leírhatóak a List–Pettit tételben szereplő propozíciók halmazaival. Felmerül a kérdés, hogy nem lehet-e esetleg a List–Pettit téltelt is olyan formára hozni, hogy az Arrow-tétel speciális esete legyen (ebben az esetben a két tétel ekvivalens lenne). Ugyan ezt a lehetőséget még szigorú, matematikai értelemben nem cáfolták, azonban a List–Pettit tétel átkódolása (nem feltétlenül lineáris) preferencia-rendezésekké nem tűnik megvalósítható feladatnak. Néhány átkódolási ötletet és elégtelenségük magyarázatát megtalálhatjuk a két tétel összehasonlításával foglalkozó cikkben (List–Pettit 2004).

2. A liberális paradoxon

A liberális paradoxont először Amartya Sen (1970) fogalmazta meg, elsősorban az Arrow-tétel kapcsán. A paradoxont és a hozzá kapcsolódó lehetetlenségi tételt később Dietrich és List általánosították tetszőleges nem-triviálisan összefüggő propozicionális logikai állításokból álló napirendhalmazokra (Dietrich–List 2004). A paradoxon alapszituációja a következő: tegyük fel, hogy bizonyos kérdésekről nem a teljes közösség, hanem egyes emberek vagy szakértői csoportok döntenek. Például, egy szabad társadalomban vannak olyan kérdések, amelyekről – noha mindenki másnak is meg lehet a véleménye – csak az egyén saját maga dönt (pl., a gondolat- vagy a véleménynyilvánítási szabadság területére tartozó kérdésekben). Egy másik példa lehet, amikor egy parlament vagy szervezet néhány albizottság vagy szakértői csoport körébe utal speciális döntéseket. Ugyanakkor a mindenkit érintő kérdésekben kollektív döntést kell hozni. Megkövetelünk még egy nagyon gyengének tűnő megszorítást a kollektív döntésektől, az ún. *egyhangúsági elvet* (*unanimity principle*), amely szerint ha egy közösség minden tagja *egyhangúan* egyetért egy kérdésben, akkor a kollektív döntésnek is az egyhangú véleményt kell követnie. A *liberális paradoxon* az a jelenség, hogy bizonyos körülmények között az egyhangúsági elv nem egyeztethető össze konzisztensen az egyéni (vagy csoportos) szabadságjogokkal. A paradoxont először két egyszerű konkrét példán keresztül ismertetjük.

A szakértői jogok paradoxona

Tegyük fel, hogy egy szervezet a globális felmelegedést vizsgálja. A szakértők X csoportja a globális széndioxid-kibocsátást próbálja megmérni, az Y csoport pedig azt igyekszik megtudni (például környezeti modellek számítógépes szimulációjának segítségével), hogy mekkora CO_2 kibocsátás vezet globális felmelegedéshez. A szervezet soron következő ülésén a következő napirendről akarnak dönteni:

p: a széndioxid-kibocsátás mértéke meghaladja az x küszöbértéket

q: globális felmelegedés lesz

$p \to q$: *ha* a CO_2 kibocsátás meghaladja x-et, *akkor* globális felmelegedés lesz

A szervezet – mivel X tagjai mérték a CO_2-szintet – a p-ről való döntést kizárólag X hatáskörébe utalja, a $p \to$ q-ról való döntést pedig az elméleti vizsgálatokat végző Y szakértőinek körébe. A globális felmelegedés tényéről – q-ról – kollektív döntés születik. Ekkor lehetséges az alábbi szavazás:

	l	p	$l \to p$
X szakértők ~ Φ_1	igen	(nem)	nem
Y szakértők ~ Φ_2	(nem)	igen	nem
kollektív döntés~ $F(\Phi)$	igen	igen	nem

A zárójelbe tett értékek csak vélemények, azok nem számítottak bele a kollektív döntésbe (mivel például a p-ről való döntés az X csoport hatáskörébe tartozik, ezért lett a kollektív döntés eredménye „igen" és az Y csoport véleményét nem vették figyelembe). Megfigyelhetjük, hogy ugyan minden szakértői csoport racionális véleménnyel rendelkezett és a globális felmelegedés tényéről – q-ról – való döntést *egyhangúan* hozták meg, az mégis ellentmondásban van a bizottság többi kérdésben hozott döntésével, ugyanis p és $p \to$ q elfogadása esetén q teljesülését is el kell fogadni.

A szabadságjogok paradoxona

A most következő példa Amartya Sen eredeti liberális paradoxonának módosított változata. Tegyük fel, hogy adott egy két tagból álló közösség. A két ember, L (Lewd) és P (Prude) mindegyikének birtokában van a *Lady Chatterley szeretője* című könyv egy példánya. Tekintsük a következő három állítást:

l: L olvassa a könyvet
p: P olvassa a könyvet
$l \rightarrow p$: *ha* L olvassa a könyvet, *akkor* P is olvassa azt

L szívesen olvassa a könyvet, de P-t a könyv megbotránkoztatja. L élvezete a könyv olvasása kapcsán azonban P bosszankodásától csak még jobban nő. P ugyan nem akarja elolvasni a könyvet, de mivel fél, hogy a könyv morálisan megrontja L-t, ezért ha L olvassa a könyvet, akkor ő is olvasni akarja, hogy tudatában legyen, miféle veszélyeknek van L kitéve. L és P kollégiumi szobatársak és abban mindketten egyetértenek, hogy az, hogy ki olvassa a könyvet, mindenkinek a saját egyéni döntése. Azonban – ugyan mindketten más megfontolásból – egyhangúan megállapodnak egy olyan szabályban, hogy ha L olvassa a könyvet, akkor P-nek is olvasnia kell azt. A következő táblázat írja le a kialakult helyzetet:

	l	p	$l \rightarrow p$
L (Lewd)	igen	(igen)	igen
P (Prude)	(nem)	nem	igen
kollektív döntés	igen	nem	igen

Itt is, mint az előző esetben, a zárójelbe tett vélemények nem számítottak bele a kollektív döntésbe. Megfigyelhetjük, hogy ebben a példában is a kollektív vélemény inkonzisztens, noha minden egyes egyén véleménye racionális volt és a mindkettejükre érvényes szabályt egyhangúan fogadták el.

Általános liberális paradoxon

Az előző példák rámutatnak, hogy bizonyos helyzetekben egyes emberekre vagy szakértői csoportokra bízni bizonyos döntéseket inkonzisztenciához vezethet, még olyan esetekben is, amikor a kollektív döntést egyhangúan hozták. Dietrich és List most következő tétele általános formában tárgyalja ezt a jelenséget. Tekintsük a következő három tulajdonságot (Dietrich–List 2004):

(UD) *Univerzális értelmezési tartomány* (Universal Domain): a véleményösszegző függvénynek az összes lehetséges racionális vélemény-profilra tudnia kell eredményt számolni, mint a List–Pettit tételnél.

(MIR) *Minimális individuális jogok* (Minimal Individual Rights): létezik két individuum, akiknek kizárólagos döntésük van legalább egy propozícióval kapcsolatban. Akkor mondjuk, hogy egy $i \in N$ individuumnak kizárólagos döntése van $\varphi \in X$ propozícióval kapcsolatban, ha minden $\Phi \in \mathcal{D}_F$: $\varphi \in \Phi_i \equiv \varphi \in F(\Phi)$. Másképp fogalmazva, i diktátor φ kérdésében, tehát F az ő döntésének projekciója.

(UP) *Egyhangúsági elv* (Unanimity Principle): Ha $\Phi = \langle \Phi_1, \ldots, \Phi_n \rangle$ egy vélemény-profil amelyet az F véleményösszegző függvény értelmezési tartományából vettünk és egy $\varphi \in X$ propozícióra minden $i \in N$-re $\varphi \in \Phi_i$, akkor teljesülnie kell, hogy $\varphi \in F(\Phi)$.

(VII. 1. TÉTEL) *Egy nem triviális módon összefüggő napirend esetén és az (UD), (MIR), (UP) feltételek teljesülése mellett nem létezik olyan véleményösszegző függvény, amely minden lehetséges racionális vélemény-profilt racionális kollektív vélemény-halmazzá összegez* (Dietrich–List 2004).

Következésképp egy közösség, amely minden lehetséges racionális vélemény-profil esetén képes akar lenni arra, hogy racionális kollektív döntést hozzon, nem adhat kizárólagos jogokat bizonyos kérdésekben egyéneknek vagy szakértőknek az egyhangúsági elv egyidejű elfogadása mellett. Érdekesség, hogy a tétel akkor is érvényben marad, ha a racionalitási feltételek közül kivesszük a teljességet. Továbbá, ha *vétójoggá* gyengítjük az egyének kizárólagos jogát, akkor is fennáll ez a lehetetlenségi tétel (Dietrich–List 2004). Az $i \in N$ individuum vétójogáról egy $\varphi \in X$ kérdéssel kapcsolatban akkor beszélünk, ha $\forall\, \Phi \in \mathcal{D}_F$: $\varphi \notin \Phi_i \rightarrow \varphi \notin F(\Phi)$.

3. Napirend-manipuláció

A List–Pettit féle véleményösszegzés keretrendszernek aktuális, gyakorlati jelentősége is van. Segítségével elemezhetővé válnak összefüggő kérdésekben történő kollektív véleményalkotási szituációk és rávilágít néhány potenciális szavazás-manipuláció lehetőségre. Ezekre mutatunk most néhány példát.

Logikai napirend-manipuláció

Tekintsük a következő szituációt: adott egy ország, amely kormányának a közelgő kormányülésen a következő összefüggő kérdésekben kellene közös véleményt kialakítania (a példákat lásd: Dietrich 2006):

p: megengedhető nagyobb költségvetési hiány

q: az oktatási célokra szánt költségvetési támogatást növelni kellene

$p \to q$: *ha* megengedhető nagyobb hiány, *akkor* többet kellene költeni oktatásra

Tegyük fel továbbá, hogy a kormány miniszterei három nagyjából ugyanakkora csoportba sorolhatóak, akiknek a véleményét a következő táblázat tartalmazza:

	p	q	$p \to q$
1. csoport (Φ_1)	igen	igen	igen
2. csoport (Φ_2)	igen	nem	nem
3. csoport (Φ_3)	nem	nem	igen

Tekintsük azt az esetet, amikor a kormány álláspontja az, hogy a véleményeket többségi szavazással kell összegezni. Ez több manipulációs lehetőségre ad alkalmat. Nézzük először az ún. *általános napirend-manipulációt*. Tegyük fel, hogy a napirend összeállítását végző csoport úgy gondolja, hogy többet kellene költeni oktatásra, s ezért úgy állítja össze a napirendet, hogy $X = \{p, p \to q, \neg\, p, \neg\,(p \to q)\}$. Ekkor nyilván $F(\Phi) = \{p, p \to q\}$, s így $F(\Phi) \vdash q$, s a napirendet összeállító csoport elérte a célját, mert a szavazás után már nyugodtan lehet a kormány tagjainak többségi döntésére hivatkozni az oktatási támogatások növelésénél.

Lehetséges azonban, hogy az X napirendre leadott szavazatok nem feltétlenül határozzák meg q értékét. Például ha $F(\Phi) = \{\neg\, \mathrm{p}, \mathrm{p} \to \mathrm{q}\}$, akkor ebből sem q, sem $\neg$ q nem következik logikailag. Ez a probléma kiküszöbölhető, ha $X = \{p, p \equiv q, \neg\, p, \neg\,(p \equiv q)\}$, amely minden lehetséges esetben meghatározza q értékét is. Ez a *logikai napirend manipuláció* egy példája. Általánosságban, logikai napirend manipulációnak nevezzük egy X napirend kicserélését egy X' napirendre, ha $\overline{X'} = \overline{X}$, ahol $\overline{X}$ az összes olyan φ állítást tartalmazza, amely minden racionális Φ_i állítás-halmazból következik.

Manipuláció a szavazás sorrendjével

A manipulációnak egy változata, amikor az állítások szavazásra bocsátásának sorrendjével befolyásolják a végeredményt. Tekintsünk egy újabb parlamenti példát: adott három – nagyjából ugyanannyi szavazattal rendelkező – párt (A, B és C) amelyeknek az alábbi állításokról kellene szavaznia:

p_1: az egészségügynek nagyobb forrásokat kellene biztosítani

p_2: & a hadügynek több költségvetési támogatást kellene juttatni

p_3: kultúrára és az oktatásra több pénzt kellene fordítani

q: adót kellene emelni

$p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \to q$: *ha* mindezekre több pénzt fordítunk, *akkor* adót kell emelni

A pártok (racionális) álláspontjait a következő táblázat mutatja:

	p_1	p_2	p_3	q	$p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \rightarrow q$
A párt (Φ_1)	igen	igen	nem	nem	igen
B párt (Φ_2)	igen	nem	igen	nem	igen
C párt (Φ_3)	nem	igen	igen	nem	igen

Mint látható, egyik párt sem akar adót emelni, azonban eltérő véleményen vannak arról, hogy milyen területeknek kellene több költségvetési támogatást kapniuk. Tegyük fel, hogy a pártok álláspontja ismert (például a nyilatkozataikból világossá vált), s így tudható, hogy hogyan fognak az egyes kérdésekben szavazni, valamint az egyes napirendi pontokról minősített többség dönt. Tegyük fel azt is, hogy a pártok következetesek, s így irracionális pontokat nem szavaznak meg. Ekkor, ha egy a B párt álláspontján lévő csoport van abban a helyzetben, hogy a szavazásra bocsátás sorrendjét meghatározza, választhatja a következő – manipulatív – sorrendet: q, $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \rightarrow q$, p_1, p_3, p_2. Az első négy napirendi pontra mindenki úgy szavaz, ahogy tervezte, s így az eredmény: q: nem, $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \rightarrow q$: igen, p_1 : igen, p_3: igen. Azonban, az utolsó napirendi pontra (az előzőleg a többség által elfogadott állítások miatt) már mindegyik párt kénytelen nemmel szavazni, különben el kellene ismernie, hogy adóemelést szeretne, s így ellentmondásba keveredne önmagával. A végeredmény pontosan a B párt álláspontját tükrözi.

VIII. ZÁRÓ MEGJEGYZÉSEK

A társadalomfilozófia számára kiemelkedő fontosságú a különböző egyéni és közösségi döntési helyzetek következetes vizsgálata. Egy modern társadalmi szerződéselmélet nem nélkülözheti a kollektív döntések, szavazások alapos elemzését. A 20. század második felében több klasszikus formális eredmény született a közösségi döntésekről – például a May-tétel és az Arrow-tétel – majd a társadalomfilozófián belül is egyre erősebbé vált a döntési szituációk formális vizsgálata (például játékelméleti alapokon), amely vizsgálatok a racionális döntések elmélete tárgykörébe sorolhatóak. Valószínűsíthető, hogy az analitikus, formális megközelítések egyre nagyobb szerephez jutnak majd a társadalomfilozófiában, szociológiában, mivel segítségükkel hatékonyan elemezhetőek társadalmi, politikai és gazdasági jelenségek, feltéve, hogy olyan álláspontra helyezkedünk, hogy az önérdek-érvényesítő, racionális cselekvést a jelenségek megértése szempontjából elsődlegesnek tekintjük.

A jelen tanulmány fő célja az volt, hogy a közösségi döntések potenciális irracionalitásával kapcsolatos klasszikus és frissebb analitikus irodalomból bemutasson néhány jelentősebb eredményt, mint amilyen az Arrow-tétel (1951), valamint a List–Pettit tétel (2002) és ennek különböző általánosításai, például Pauly és van Hees tétele (2003) vagy a Dietrich-List tétel (2004) a liberális paradoxon általános változatáról.

A List–Pettit tétel különböző változatainak alapfeltevése, hogy egy közösség nem egyetlen, hanem számos, logikailag (nem triviális-módon) összefüggő kérdésről akar megegyezésre jutni. Ez – természetesen – nem irreális feltevés, ugyanis például egy parlamenti vagy vállalati ülés alkalmával több olyan kérdés előkerülhet, amelyek valamilyen módon összefüggnek egymással. A probléma, amivel a közösségnek szembe kell néznie, hogy, ha nem akarják korlátozni az egyének racionális véleményét (univerzális értelmezési tartomány), bizonyos értelemben igazságosan akarnak dönteni (anonimitás vagy diktátor-mentesség), és minden állításról egymástól függetlenül akarnak megegyezni (szisztematicitás vagy monotonitás), akkor nem fognak tudni hatékonyan véleményt összegezni, a kollektív döntés potenciálisan irracionális lesz, amin jelen esetben az elfogadott állítások lehetséges inkonzisztenciáját kell érteni.

Hogyan lehetne elkerülni a közösségi döntéshozás irracionalitását? Természetesnek tűnik, hogy a véleménynyilvánítási szabadsághoz és az igazságossághoz (például ahhoz, hogy ne legyen diktátor) ragaszkodjunk. A szisztematicitási feltétel tűnik a leggyengébb láncszemnek, amelyet fel lehet áldozni a racionális kollektív döntések érdekében. Ha nem ragaszkodunk a szisztematicitáshoz, akkor alkalmazhatóvá válnak például a premissza-alapú módszerek, amelyek minden esetben garantálják a racionalitást. Ebben az interpretációban a List–Pettit tétel társadalomfilozófiai következménye, hogy a kollektív racionalitás érdekében le kell mondanunk a szavazás kompozícionalitásáról, tehát arról, hogy minden kérdésben egymástól függetlenül döntsünk és az összes kérdésben való megállapodás az egyes kérdésekben hozott döntések aggregációja legyen. Holisztikus megoldás felé mutat tehát az eredmény, ahol nem lehet egyes állításokról kontextusuk és következményeik nélkül dönteni.

IRODALOM

Arrow, Kenneth J. 1951/1963. *Social Choice and Individual Values*. New York, Wiley.

Dietrich, Franz 2006. Judgment Aggregation: (Im)Possiblity Theorems. *Journal of Economic Theory*. 126/1. 286–298.

Dietrich, Franz – Christian List 2004. A Liberal Paradox for Judgment Aggregation. *Economics Working Paper Archive* at WUSTL. Url: http://ideas.repec.org/p/wpa/wuwppe/0405003.html (hozzáférés: 2008. december 20.).

Gärdenfors, Peter 2006. A Representation Theorem for Voting with Logical Consequences. *Economics and Philosophy*. 22/2. 181–190.

Kemeny, John 1959. Mathematics Without Numbers. *Daedalus*. 88/4. 571–591.

Kornhauser, Lewis A. – Lawrence G. Sager 1986. Unpacking the Court. *Yale Law Journal*. 96/1. 82–117.

Kornhauser, Lewis A. 1992. Modelling Collegial Courts. II. Legal Doctrine. *Journal of Law, Economics and Organization*. 8/3. 441–470.
List, Christian 2004. The Probability of Inconsistencies in Complex Collective Decisions. *Social Choice and Welfare*. 24/1. 3–32.
List, Christian – Philip Pettit 2002. Aggregating Sets of Judgments: An Impossibility Result. *Economics and Philosophy* 18/1. 89–110.
List, Christian – Philip Pettit 2004. Aggregating Sets of Judgments: Two Impossibility Results Compared. *Synthese*. 140/1–2. 207–235.
May, Kenneth O. 1952. A Set of Independent Necessary and Sufficient Conditions for Simple Majority Decision. *Econometrica*. 20/4. 680–684.
Pauly, Marc – Martin van Hees 2003. Some General Results on the Aggregation of Individual Judgments. *Working Paper*. Department of Computer Science, University of Liverpool.
Sen, Amartya K. 1970. The Impossibility of Paretian Liberal. *Journal of Political Economy* 78/1. 152–157.